T.C.

İSTANBUL AYDIN ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

İŞLETME ANABİLİMDALI

İŞLETME YÖNETİMİ BİLİMDALI

ZAMAN SERİLERİ VE SATIŞ VERİLERİNE UYGULANMASI

Yüksek Lisans Tezi

Biray KOÇAK

İstanbul, 2012

T.C.

İSTANBUL AYDIN ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

İŞLETME ANABİLİMDALI

İŞLETME YÖNETİMİ BİLİMDALI

ZAMAN SERİLERİ VE SATIŞ VERİLERİNE UYGULANMASI

Yüksek Lisans Tezi

Biray KOÇAK

Danışman

Prof. Dr. Adnan MAZMANOĞLU

İstanbul, 2012

T.C.
İSTANBUL AYDIN ÜNİVERSİTESİ

Tez Onay Belgesi

Enstitümüz İşletme Anabilim Dalı, İşletme Yönetimi (Tezli) Yüksek Lisans programı Y0912.040042 numaralı öğrencilerinden **Biray KOÇAK'ın, "ZAMAN SERİLERİ VE SATIŞ VERİLERİNE UYGULANMASI"** adlı tez çalışması Enstitümüz Yönetim Kurulunun 29.04.2011 tarih ve 2011/04 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından **oybirliği** / ~~**oyçokluğu**~~ ile Yüksek Lisans Tezi olarak **kabul** edilmiştir.

	Öğretim Üyesi Adı Soyadı	İmzası
Tez Savunma Tarihi	: 03/07/2012	
1) Tez Danışmanı	: Prof.Dr. Adnan Mazmanoğlu	
2) Jüri Üyesi	: Prof.Dr. Besim AKIN	
3) Jüri Üyesi	: Prof.Dr. Yaşar SUCU	

Not: Öğrencinin Tez savunmasında **Başarılı** olması halinde bu form **imzalanacaktır**. Aksi halde geçersizdir.

ÖNSÖZ

Tez konusunun seçimi, tezin düzenlenmesi ve sonuçların değerlendirilmesi sırasında yardımlarını ve sabrını esirgemeyen sayın hocam Prof. Dr. Adnan MAZMANOĞLU'na, yüksek lisans çalışmamın başlangıcından itibaren sonsuz sabır, destek ve ilgisinden dolayı değerli eşim Çiğdem KOÇAK'a ve kızım Melis KOÇAK'a en büyük ve en içten teşekkürlerimi sunarım.

İstanbul 2012

Biray KOÇAK

GENEL BİLGİLER

İsim ve Soyad	*: Biray Koçak*
Anabilim Dalı	*: İşletme*
Tez Danışmanı	*: Prof. Dr. Adnan MAZMANOĞLU*
Tez Türü ve Tarihi	*: Yüksek Lisans Temmuz, 2012*
Anahtar Kelimeler	*: Korelogram, Durağanlık, Zaman serileri, Akaike Bilgi Kriteri, Schwarz Bilgi Kriteri*

ÖZET

ZAMAN SERİLERİ VE SATIŞ VERİLERİNE UYGULANMASI

"Zaman Serileri ve Satış Verilerine Uygulanması" adlı bu çalışma ile Danone Hayat A.Ş.'nin 2004-2010 yılı litre bazında satış verileri incelenerek uygun bir model tahmini yapılmaya çalışılmıştır. Serinin durağanlık analizinde korelogram ve kök testleri yapılmıştır. Aynı seri, Eviews 5.1 bilgisayar yazılım paketi yardımıyla analiz edilmiştir. Analiz sonucunda, doğal logaritmik damacana satış serisinin kendi düzeyinde ve birinci farkında durağan olmadığı, ikinci farkının alındığında durağanlığın sağlandığı gözlenmiştir. İkinci farkı alınan serinin durağanlığı yine zaman yolu grafiği ve korelogram üzerinden gösterilmiştir. Durağanlık sağlandıktan sonra ikinci fark alınarak tahmin edilen model oluşturulmuştur. Modelin uygunluğu hem korelogram üzerinden hem de Akaike bilgi kriteri (AIC) ve Schwarz bilgi kriteri (SIC) değerleriyle gözlenmiştir.

GENERAL INFORMATION

Name And Surname : *Biray Koçak*

Department : *Business Administration*

Thesis Advisor : *Prof. Dr. Adnan MAZMANOĞLU*

Kind Of Thesis And Date : *Post Graduate July, 2012*

Keywords : *Correlogram, Stationarity, Time Series, Akaike Information Criterion, Schwarz Information Criterion*

ABSTRACT

TIME SERIES AND APPLICATION TO SALES DATA

With that work called "Time series and application to sales data", it is tried to make a suitable guess model by analyzing the data of Danone Hayat A.Ş 2004-2010 sale data on the basis of liter. During the stagnation stage of the sequence correlogram and root analyses are performed. Same sequence is analyzed by the help of Eviews 5,1 computer software package. At the end of the survey, it is seen that natural logarithmic demijohn sale sequences is at its own level and in the first gap it is not constant and it is also seen that when the second gap is taken, the constant is obtained. The sequence of which the second gap is taken is shown on the basis of time-way graphs and correlogram. When the constant is provided, the guessed model is formed by taking the second gap. The suitability of the model is observed by the correlogram, Akaike information criteria (AIC) and Schwarz information criteria (SIC) merits.

İÇİNDEKİLER

İKİNCİ BÖLÜM

TEK DEĞİŞKENLİ ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

UYGULAMA

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

GİRİŞ

Geleceğe ait olayların tahmin edilmesi pek çok işletme için çok önemlidir. Sadece işletmeler değil, benzer şekilde hükümetler de hava kirliliğini, su kirliliğini tahmin ederek bir çevre politikası, nüfus büyüklüğü, işsizlik oranı, enflasyon oranı vb tahmin ederek sosyo-ekonomik bir politika belirlemeye çalışırlar. Bir işletme ise satışlarını, maliyetleri, karını, insan kaynakları ihtiyacını tahmin ederek rasyonel kararlar almayı amaçlar. İşletmeler veya hükümetler, rasyonel kararlar alabilmek için geçerli ve tutarlı tahminler yapmak zorundadır.

Bir işletmenin üst yönetimi, işletmenin uzun dönem planları için genel ekonomik şartların, fiyat ve maliyet değişmelerini, teknolojik değişmeleri, pazar büyüklüğünü vb.'lerini tahmin ederek işletmeyi geleceğe hazır hale getirebilir. Bu gibi tahminler yatırımların planlanmasında ve gelecekte gerekli olan makine ve teçhizatın belirlenmesinde kullanılabilir.

Tahmin edilen olaylar gelecekte gerçekleşecektir. Zaman serileri analiz yöntemlerini tahmin amacıyla kullanan araştırmacı, tahmin edilen olayların gelecekte de geçmiştekine benzer vuku bulacağını varsaymaktadır.

Bir zaman serisinin geçmiş yapısının ortaya çıkarılması iyi bir tahmin için önemlidir. Bu yapıyı tanımlamak için zaman serisi trend, mevsim, çevrimsel ve düzensiz faktörler olmak üzere dört bileşenden oluşmaktadır.

Zaman serilerini analiz etmenin; tanımlama, modelleme, tahmin ve kontrol olmak üzere dört temel amacı vardır. Seriyi tanımlamak için serinin tanımsal istatistiklerinin hesaplanması ve grafiğinin çizilmesi gerekmektedir. Zaman serilerini analiz etmenin ikinci amacı zaman serisinin uygun bir modelini bulmaktır.

Günümüzde tahmin teknikleri yerine uygulanacak bir sistem olmadığından bir olayın geçmiş ve cari dönem değerlerini esas alarak gelecekte alacağı değerlerin belirlenmesi ekonomik birimlerde tahmin tekniklerinin kullanımını zorunlu hale getirmiştir. Bu ekonomik birimler geleceğin taşıdığı belirsizliği en aza indirgemek için uygun tahmin tekniğini kullanmak zorundadırlar. Hem mikro hem de makro düzeyde alınacak kararların, yapılacak planların, izlenecek politikaların belirlenmesinde gelecek tahmini büyük önem taşımaktadır. Gözlem sonuçlarını zaman ve mekan vasıflarına göre sıralı bir şekilde gösteren sayı dizileri olarak tanımlanan seriler, toplanan verilerin sınıflandırılmasıyla oluşur.

Bir zaman serisi ise, bir değişkene ilişkin zamana göre sıralanmış gözlem değerleridir. Zaman serisi analizi, kestirimde bulunulacak değişkenin geçmiş zaman serisini kullanarak gelecek değerlerin kestirimi için model geliştirmede kullanılır. Model geliştirme, ilgili değişkene ait zaman serisinin analiz edilmesi, serinin ana eğiliminin ve özelliklerinin belirlenmesine dayanır. Serinin ana eğilimini ve özelliklerini yansıtacağı düşünülen bir model seçilir ve var olduğu seri değerleri kullanılarak modelin parametreleri yaklaşık olarak bulunur. Serinin gelecekte de aynı özellikleri koruyacağı ve aynı eğilimi göstereceği varsayılarak, belirlenen model yardımı ile gelecek dönem değerleri kestirilmeye çalışılır.

Zaman serileri analizi, belirli zaman aralıklarında gözlenen bir olay hakkında geleceğe yönelik tahmin kurmada kullanılan bir yöntemdir. Bu konuda birçok alanda farklı çalışmalar yapılmıştır. Teorik olarak istatistik ve ekonometri bilimlerinde yapılan çalışmalar fazla olmakla birlikte uygulama alanı çok geniştir. Özellikle ekonomik büyüklüklerin analizinde, nüfus tahminlerinde ve diğer bilim dallarındaki kullanımıyla her gün biraz daha önem kazanmaktadır. Tıp, mühendislik, işletme ve ekonomi gibi daha birçok alanda bu konuda yapılmış çalışmalar bulunmaktadır.

Geleneksel ekonometrik modeller yapısal analiz, politika yapımı ve öngörü için kullanılabilirken; zaman serisi modelleri daha çok öngörü için kullanılmaktadır. Zaman serisi analizlerini klasik işlemlerle yapmak güçtür. Ancak bu analizler bilgisayar ortamında yapılabilecek işlerdir. Dolayısıyla zaman serisi analizlerinin, bilgisayar teknolojisi ile paket programların oldukça gelişmiş olduğu günümüzde ortaya çıkmış olması anlamlıdır.

Zaman serileri analizlerini; tek bir serinin yapısını belirlemeyi amaçlayan “tek değişkenli zaman serileri analizleri” ve iki veya daha çok sayıda seri arasındaki ilişkileri tespit etmeyi amaçlayan “çok değişkenli zaman serileri analizleri” olarak iki gruba ayırmak mümkündür. Tek değişkenli zaman serileri analizi, serinin yapısını ortaya koymayı amaçlayabileceği gibi serinin gelecek ya da gözlemlenmemiş geçmiş değerlerinin saptanmasını da hedefleyebilir. Bu da özellikle yapacakları politika değişikliklerinin ne gibi sonuçlar verebileceğini önceden görmek isteyen politika belirleyici otoriteler için çok önemlidir. Değişkenlerin zaman içinde belli bir değere doğru yaklaşması olarak tanımlanan durağanlık, zaman serileri kullanılarak yapılan araştırmalarda serilerde bulunması istenen bir özelliktir. Durağanlık zaman serisi öngörü modellerinde, bir şokun etkilerinin kalıcı olması nedeniyle başlı başına aranan bir özellik iken yapısal ekonometrik modellerde de sahte ~ adi regresyon (spurious regression) tuzağına düşmemek için gereklidir. Durağan olmayan değişkenler bir veya daha fazla sayıda fark alınarak durağan hale gelirler ve durağan olmak için alındıkları fark kadar bütünleşik oldukları söylenir. Serilerin bütünleşme dereceleri birim kök (veya durağanlık) sınamaları olarak adlandırılan sınamalar yardımıyla belirlenir. Bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler ile birlikte yazılımdaki gelişmelere bağlı olarak istatistiksel ve ekonometrik tekniklerde de önemli gelişmeler olmuştur. Bu teknikler yardımıyla zaman serilerinin durağan dışılığının çözümü önemli ölçüde kolaylaşmıştır.

Zaman serileri yöntemlerinin başlıca avantajları şunlardır: çok sayıda konuyla ilgili öngörüler gerekli olduğunda koşullara çok iyi uyarlar; oldukça istikrarlı yapıları olan alanlarda çok iyi çalışırlar; küçük olan dalgalanmaları düzeltirler; anlaması ve kullanması kolaydır; kolayca sistematize edilirler ve çok az veri depolanması söz konusudur; bu yöntemler ile ilgili yazılım paketleri kolayca bulunur, genellikle kısa dönemli öngörüler için iyi sonuç verirler. Zaman serilerinin başlıca dezavantajları ise şunlardır: çok büyük miktarda tarihsel veriyi gerektirirler; ilgilenilen konudaki değişmelere duyarlılıkları azdır; ağırlıklı (alfa) değerinin bulunması için büyük ölçüde araştırma gerektirebilirler; öngörü ufku uzadıkça genellikle çok farklı sonuçlar üretebilirler; mevcut verilerde büyük dalgalanmalar bulunduğunda büyük öngörü hatalarına yol açarlar.

Tahmin teknikleri, karar oluşturma durumunda olan yöneticilerin, belirsizliği dolayısıyla riski azaltmak için karar oluşturma ortamındaki unsurlarla ilgili gelişmeleri önceden kestirme ve ona göre davranma amacıyla kullandıkları yönetim tekniklerine karşılık gelmektedir. Tahminler gelecekle ilgilidirler. Belirsizliği içerirler. Genellikle tarihsel verilerden oluşturulan bilgileri baz alırlar. Doğaları gereği, genellikle istenilenden daha az doğrudurlar. Tahminlerin bu nitelikleri ilgili alanda yöntem seçimini zorlaştıran en önemli etkenlerdir. Çok sayıda tahmin yöntemi bulunmaktadır ve bu yöntemlerden bazıları oldukça basit (geçmiş yılın gerçek verilerinden yaralanılarak çizilen şekillerden gelecek yılın tahmini) bazıları da oldukça karmaşık (iki veya daha fazla çoklu regresyon eşitliğinin kullanılmasını gerektiren ekonometrik model) bir yapıdadırlar. Tahmin yöntemleri biçimsel ve biçimsel olmayan yöntemleri olarak ikiye ayrılır.

Biçimsel tahmin yöntemleri de kendi içinde, nicel ve nitel olarak iki grupta toplanmaktadır. Bu çalışmada ağırlıklı olarak bu modeller incelenecektir. Nitel modeller ağırlıkla zaman serileri ve nedensel yaklaşımlardan oluşurken nitel modellerde kendi içlerinde yargısal ve teknolojik olarak ikiye ayrılmaktadırlar. Genel söylem biçimiyle yanlış veya doğru teknik bulunmamaktadır. Uygun bir sorunla, uygun bir zamanda, uygun konuda, uygun araçlarla, uygun kişiler tarafından uygun şekillerde kullanılan teknikler söz konusudur. Tekniklerden yalnızca birinin kullanılması da gerekmemektedir, istenildiğinde birden fazla tekniğin aynı anda kullanılabilmesi de olanaklıdır, zaman zaman da daha faydalı olabilmektedir. Öngörüde nicel yöntemlerin kullanılmasının önemli nedenleri ise, nicel yöntemlerin ucuzluğu, fazla sayıda parçadan oluşan konularda (örneğin 50000 parçadan oluşan stok kontrolunda) kullanım kolaylığı, bu tür öngörülerin iyimserlik, aşırı güven ve benzeri nedenler ile yanlışlığa yol açmıyor olmasıdır.

Bu çalışma ile zaman serisinin satış verilerine uygulanması ile bir tahmin gerçekleştirilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla çalışmanın birinci bölümünde zaman serisi kavramından ve bileşenlerinden bahsedilmiştir. İkinci bölümde ise doğrusal zaman serisi modelleri üzerinde durulmuştur.

Üçüncü ve son bölümde ise Danone Hayat A.Ş'nin 2004-2010 yılı arasındaki toplam su satışları serisi kullanılarak durağanlığı incelenmiş ve durağanlık analizi sonucunda uygun bir model tahmin edilmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

ZAMAN SERİLERİ

Bir zaman serisi bir veya daha çok zaman değişkenini kapsayan bir veri kümesidir. Zaman serisinde ilgilenilen özellik bir değişkendir. Bu değişken zaman içerisinde çeşitli nedenlere bağlı olarak farklı değerler alır. Dolayısıyla zaman serisi, zaman sırasına konmuş veri kümesi olarak ifade edilebilir. Gelecekteki değişkenleri tahmin eden modeller geliştirdiği için zaman serisi analizi önemlidir.[1]

1.1. Verilerin Temel Özellikleri

Ekonometrik araştırmaların aşamalarından birisi ekonomik modeli oluşturan değişkenlerin sayılarla ifade edilebilir hale getirilmesidir. Bu nedenle incelenen iktisadi ilişkide yer alan değişkenlerle ilgili verilerin derlenmesi modelin kuruluşu aşamasında önem kazanmaktadır. Veri sağlanamayan konularda amprik çalışmaların yapılması zordur. Çalışma alanına ait bilgilerin sayısal ifadeleri verileri meydana getirir. Veri toplama yöntemlerinden birisi önceden toplanmış bilgileri kullanmaktır. Örneğin istatistik yıllıklarından ihracat, döviz kuru, milli gelir gibi ekonomik göstergelere ait verilerin kullanılması. Diğer bir yöntem ise gözlem yaparak ölçme işlemidir.[2] Örneğin değişik dönemlerde işletmenin satış analizlerinin yapılabilmesi için satış rakamlarının gözlenmesi.

1.2. Nicel ve Nitel Veriler

Sayılarla ölçülebilir gözlemlerin oluşturduğu veriler nicel verilerdir. Enflasyon oranı, faiz haddi, milli gelir gibi veriler nicel verilere birer örnektir. Sayılarla ölçülemeyen veriler ise nitel verilerdir.[3] Tüketim harcamaları ile ilgili yapılan bir

[1] CHATFIELD, Chris, The Analysis of Time Series: An Introduction, Newyork, Chapman and Hall, 1995,s.4-5.
[2] SEVÜKTEKİN, Mustafa ve NARGELEÇEKENLER, Mehmet, Zaman Serileri Analizi, Ankara, Nobel Yayın Dağıtım, 2005,s.1.
[3] PATTERSON, Kerry, An Introduction to Applied Econometrics : A Time Series Approach, Newyork, Great Britain, 2000, s.24.

araştırmada tüketicinin cinsiyeti, otomobil sahibi olup olmadığı gibi değişkenler nitel değişkenlere örnek gösterilebilir.

1.3. Yatay Kesit, Zaman Serisi ve Panel Verileri

Tek bir zaman noktasında çok sayıda ülkeyi, işletmeyi, bireyi inceleyerek derlenen veriler yatay kesit verileridir. Çok sayıda ülkenin 2006 yılındaki enflasyon oranları yatay kesit verilerine örnektir. Bir veya daha fazla değişkeni zaman içinde inceleyerek derlenen veriler zaman serisi verileridir.[4] Türkiye' de 1980-2006 yılları arasındaki enflasyon oranları zaman serisi örneğidir. Yatay kesit verilerinin zaman serisi gözlemlerine sahip olduğu durumda derlenen veriler ise panel verileridir. Çok sayıda ülkenin yıllar itibariyle enflasyon oranlarının incelenmesi için ele alınan veriler panel verilere örnek gösterilebilir.

1.4. Zaman Serisi Bileşenleri

Zaman serilerinin grafikleri incelendiğinde, serinin gidişinde bazı düzensizliklerle karşılaşılmaktadır. Bu düzensiz hareketlerin temelde;

-Uzun dönem eğilimi (trend),

-Mevsimlik (seasonal) dalgalanmalar,

-Konjonktürel (cyclical) dalgalanmalar,

-Düzensiz (random walk) hareketler olmak üzere dört temel faktörden kaynaklandığı bilinmektedir. Bu faktörlerden her birinin olay üzerindeki etkileri farklı yön ve şiddette olabileceği gibi, aynı yön ve şiddette de olabilmektedir.[5]

Zaman serisinin gözlem değerleri (Y_t) bu faktörlerin

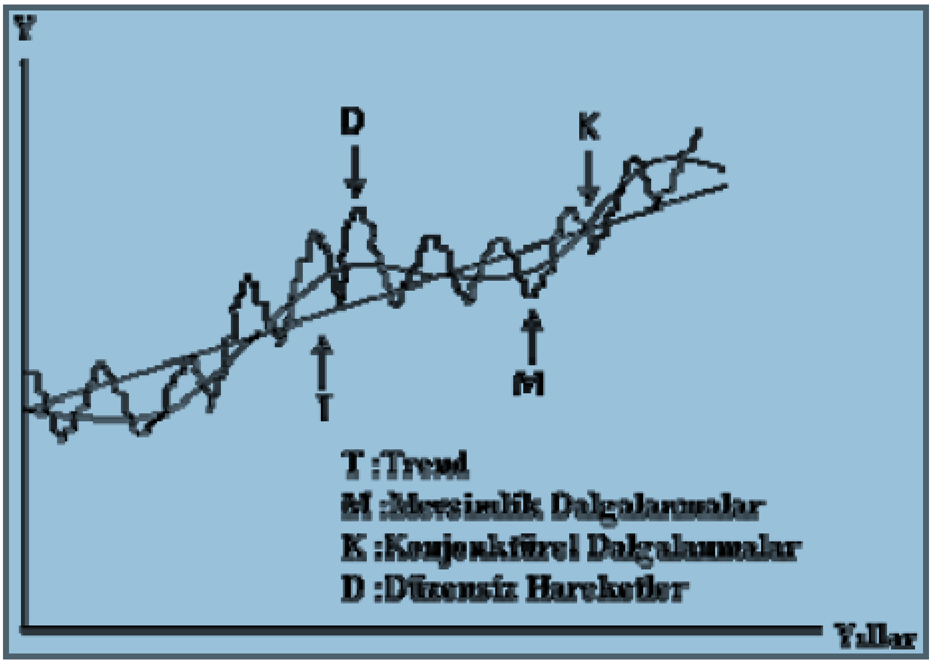
$$Y_t = T_t.M_t.K_t.D_t \tag{1.1}$$

[4] PATTERSON, Kerry, An Introduction to Applied Econometrics : A Time Series Approach, Newyork, Great Britain, 2000, s.25.
[5] Serper, a.g.e, s. 292.

şeklindeki çarpımlarından oluştuğu varsayılmaktadır. Yıllık zaman serilerinde mevsimsellik olmayacağı için bu serilerde

$$Y_t = T_t . K_t . D_t \tag{1.2}$$

eşitliği söz konusudur.[6]



Şekil 1. Zaman Serisi Bileşenleri

1.4.1. Uzun Dönem Eğilimi (Trend)

İktisadi faaliyetlerin her biri zaman içerisinde çeşitli faktörlerden etkilenir. Bu faktörlerin etkisiyle seride kısa dönemde ufak çaplı sapmalar olabilir, fakat uzun dönemde ana eğilim sabittir. Zaman serisinin uzun dönemde belli bir yöne doğru gösterdiği eğilime trend denir.[7] Zamanla nüfusun sürekli olarak artması kişi başına milli gelirin artmasına ve buna bağlı olarak hayat standardının yükselmesine neden olur. Bunun sonucunda üretim faaliyetlerinin trendi artış yönünde olur.

[6] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 34.
[7] Serper, a.g.e, s. 293.

1.4.2. Mevsimlik (Seasonal) Dalgalanmalar

Birçok zaman serisi belirli dönemlerde mevsimsel faktörlerin etkisi altındadır.[8] Bir zaman serisindeki tekrarlanan döngüsel hareketlere mevsimsel dalgalanma denir.[9] Zaman serilerinde mevsimselliğin ortaya çıkışında hava şartları, insan alışkanlıkları, resmi veya dini bayramlar gibi birçok faktör etkili olur. Yaz aylarında soğuk içecek satışlarının artması mevsimselliğe örnek gösterilebilir. Mevsimlik dalgalanmalar döngüsel olduğu gibi aynı zamanda periyodiktir. Çünkü dalgalanmaların uzunluğu yani iki maksimum veya iki minimum nokta arasındaki zaman aralığı hep aynıdır.

1.4.3. Konjonktürel (Cyclical) Dalgalanmalar

Konjonktürel hareketler daha çok ekonominin veya sektörlerin refah ya da durgunluk dönemlerini içerir.[10] Refah dönemlerinde ekonomik göstergelerde artış olurken, durgunluk dönemlerinde azalışlar olabilir. Konjonktürel kalıplar ile mevsimsel kalıplar arasında benzerlik olmasına rağmen mevsimsel hareketler nispeten daha düzenli ve periyodiktir. Konjonktürel hareketler düzensizdir ve periyodik değildir. Konjonktürel hareketler içeren zaman serilerinin analizinde, refah döneminden durgunluk dönemine ve durgunluk döneminden refah dönemine geçiş noktalarının analizi önem kazanmaktadır.[11]

1.4.4. Düzensiz (Irregular) Hareketler

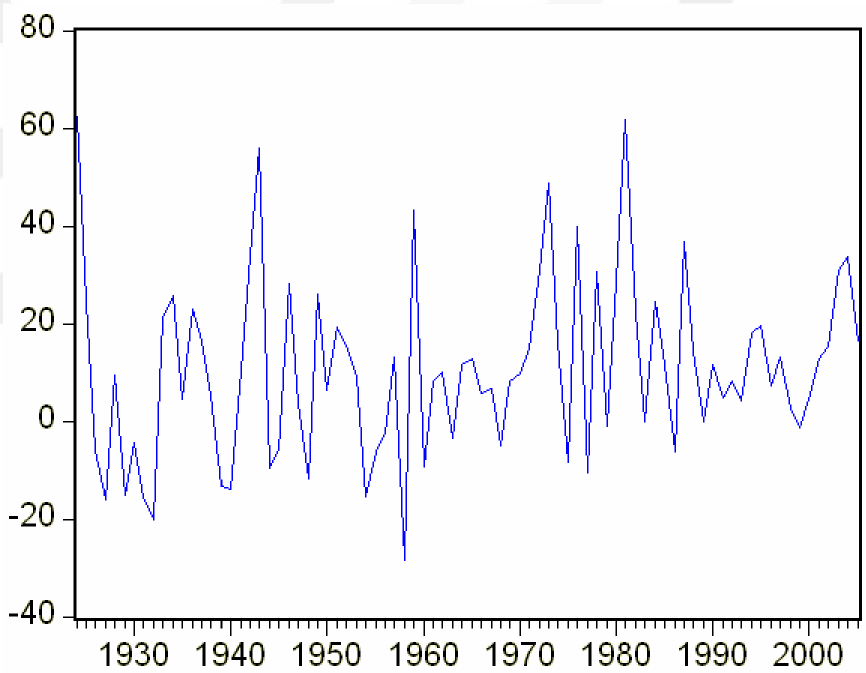
Rassal nedenlerle veya geçici olarak ortaya çıkan hareketlere düzensiz hareketler denir.[12]Bu hareketlerin ne zaman hangi şiddette çıkacağı önceden tahmin edilemez.

---

[8] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 12.
[9] Serper, a.g.e, s. 294.
[10] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 14.
[11] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 15.
[12] Serper, a.g.e, s. 296.

1.5. Zaman Serisi Grafiği

Zaman serileri genel olarak kartezyen koordinatlı bir grafikle gösterilir. Grafiğin yatay ekseninde zaman değişkeninin şıkları, dikey ekseninde bu şıklar itibariyle Y değişkeninin aldığı değerler olan gözlem değerleri Y_t yer alır. Belirlenen eşit aralıklı t zaman noktaları ($t = 1, 2,\ldots, T$) ile bu zaman noktalarında zamana bağlı Y değişkeninin aldığı $Y_1,\ldots, Y_t$ gözlem değerlerini eşleştirmek suretiyle zaman serisinin grafiği çizilebilir. Bu görsel gösterim zaman serisinin sayısal verilerinden açıkça görünmeyen özelliklerini görmede kolaylık sağlar.[13]



Şekil 2. Zaman Serisi Grafiği

[13] Patterson, a.g.e, s. 25.

1.6. Zaman Serileri Analizi

Zaman serileri analizinde, geçmiş yıllara göre aylık satışların elde bulunması gerekir. Yine bu yöntemin kullanılabilmesi için geçmişe ait en az 10 yıllık veri gerekmektedir.

Bu yöntemin aşamaları şunlardır:

1. Önce aylık ortalama satışlara göre, regresyon denklemi oluşturulmalıdır,
2. Bu regresyon denklemine dayanılarak geçmiş aylara ait teorik trend değerleri hesaplanmalıdır,
3. Fiili değerlerle teorik trend değerlerinden yararlanılarak, mevsim indeksi ve benzer yöntemle konjonktüre ait indeks hesaplanmalıdır,
4. Regresyon yöntemi ile yapılan tahmin, mevsim ve konjonktür indeksi ile çarpılarak mevsimlik ve konjonktürel dalgalanmalardan arındırılmalıdır.[14]

Gözlem sonuçlarının zaman vasfının (değişkeninin) şıklarına göre sıralanmasıyla elde edilen seriye "zaman serisi" denir.[15] Zaman serisi verileri günlük, haftalık, aylık, çeyrek yıllık (üç aylık), yıllık ve daha uzun dönemli aralıklarla derlenir. Zaman serileri ekonomi, mühendislik, eğitim, sağlık gibi birçok farklı alanlarda derlenmekte ve toplanmaktadır. Aylık işsizlik, haftalık para arzı, günlük sipariş sayıları vb. seriler zaman serilerine örnek gösterilebilir.[16] Gözlem değerlerinin elde ediliş biçimine göre zaman serileri kesikli ve sürekli zaman serileri olarak gruplandırılır. T bir indis kümesi olmak üzere, bir zaman serisi $\{X_t : t \in T\}$şeklinde ifade edilir. Buradaki T indis kümesi genel olarak $T = \{1,2,3\ldots\}= N$, $T= \{0,\pm1, \pm2, \pm3\ldots\}= Z$ olarak alınabildiği gibi $T = R$, $T= [0,1]$ gibi sürekli aralıklar da olabilir. Eğer T indis kümesi $T = R$ veya $T = [0,1]$ gibi sürekli aralıklar olarak seçildiğinde $\{X_t : t \in T\}$ zaman serisine sürekli zaman serisi adı verilir. Eğer T indis kümesi $T = \{0,1,2,3\ldots.\}$; $T = N$ veya $T =Z$ şeklinde

---

[14] İslamoğlu Ahmet Hamdi, **Pazarlama *Yönetimi***, İstanbul, Beta Yayınları ,2008, s.160.
[15]Özer Serper, **Uygulamalı İstatistik 2**, İstanbul, Filiz Kitabevi, 1996, s. 289.
[16] G.S. Maddala, **Introduction to Econometrics**, Newyork, Macmillan Publishing Company, 1992, s. 525.

seçilmiş ise $\{X_t : t \in T\}$ ye zaman serisi denir.[17] Zaman serileri iki sütundan oluşur. İlk sütunda zaman vasfının şıkları, ikinci sütunda ise olayın aldığı değerler belirtilir. Ekonomik büyüklükleri gösteren zaman serileri zamanın belirli aralıklarında ölçüldüğünden kesikli zaman serileri olarak incelenirler.

Zaman değişkeninin şıkları genellikle,

Y_t, $t = 1,\ldots,T$ şeklinde belirtilir. Burada T zaman serisinin örneklem boyutunu ifade eder.

1.7. Veri Üretme Süreci (Data Generation Process-DGP)

Genelde zaman serileri olarak gözlenen verileri tanımlayan ekonomik süreç hakkında sahip olduğumuz bilgi sınırlıdır. Dolayısıyla bu tür verileri içeren modeller ekonometrik teori tarafından formüle edilip daha sonra ekonometrik teknikler kullanılarak test edilirken teorinin kendisi bu verileri tanımlamada yetersiz kalmaktadır. Ekonometrik teori, araştırılan herhangi bir model için hangi değişkenlerin ilgili, hangi değişkenlerin ilgisiz olduklarını belirleyen süreç hakkında tam bilgi sunamaz. Burada tam olarak bilinemeyen, çok sayıda değişken ve parametre içeren karmaşık bir süreçten söz etmek mümkündür.[18]

Ekonomik verilerin stokastik (olasılıksal) süreçler tarafından yaratıldığı düşünülmektedir. Bir değişkenin belirli bir noktadaki belirli bir gerçekleşmesi özü itibariyle bir rassal değişkenden sadece bir olabilir sonuçtur. Eğer tarih yeniden yazılmış olsa idi, değişken aynı olarak kalabilirdi, fakat gerçekleşme aynı olmayacaktır. Zaman serileri analizinde süreç ve gerçekleşme terimleri arasında temel bir ayırım vardır. Gözlenen bir zaman serisindeki gerçek değerler aslında bu değerleri üreten belirli bir sürecin gerçekleşmesidir. Buradaki süreç stokastik (olasılıksal) üretme sürecidir. Zaman serisi analizlerinde gerçekleşme (yani gözlenen örneklem değerleri) ve süreç arasındaki ilişki istatistiksel hipotez testlerindeki örneklem ve anakütle ilişkisine benzer.[19]

[17] Yılmaz Akdi, **Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon)**, Ankara, Bıçaklar Kitabevi, 2003, s. 11.
[18] Patterson, a.g.e, s. 11.
[19] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 40.

Zaman serileri analizinin amacı, seriyi oluşturan herhangi bir süreç (yani anakütle) modelini tanımlamak için bu sürecin gerçekleşmelerini (yani örneklemini) kullanmaktır.

1.8. Stokastik Süreçler

Zaman serileri için olasılık modellerinin diğer tanımı stokastik süreçlerdir. Gerçek hayatta birçok süreç yapılarında bir rassal veya stokastik yapı vardır. Stokastik süreç hem reel fiziksel süreç hem de onun matematiksel modeli olarak algılanır. Rassal süreç kavramı ile stokastik süreç kavramı eş anlamlıdır.[20] Reel olarak gözlenen bir zaman serisi Y_t ($t = 1, 2, ..., T$); stokastik süreç olarak isimlendirilen bir teorik sürecin gerçekleşmesi olarak düşünülür. Burada *T* süreçte tanımlanan zaman noktalarının bir kümesidir. Bir stokastik süreçteki değişkenin her bir değeri bir olasılık dağılımından rassal olarak çekildiğinden rassal bir değişkendir ve belirli bir olasılık dağılımına göre oluştuğu varsayılmaktadır.

Dolayısıyla bir stokastik süreç matematiksel olarak zaman aralıklarına göre dizilmiş rassal değişkenlerin bir birikimidir. Geleneksel istatistikte anakütle ve örneklem gibi kavramların zaman serisindeki karşılıkları stokastik süreç ve gerçekleşme dir. Zaman serisi analizlerinin temel amacı gözlenen serideki bilgilerden yararlanarak stokastik sürecin özellikleri hakkında bilgi edinmektir. Analizdeki ilk adım özet istatistiklerin formülasyonudur ancak asıl amaç model kurarak serinin yapısını açıklamaktır. Rassal değişken { Y_t } dizisinin olasılık yapısı bir stokastik sürecin birleşik dağılımı ile tanımlanır. Bununla birlikte *T* sonsuz bir küme oluşturduğundan stokastik sürecin olasılık yapısını tanımlamak için sonsuz boyutta bir dağılıma ihtiyaç duyulur. Stokastik sürecin olasılıklı yapısı bütün *n* değerleri ve *T*'nin herhangi bir alt kümesi ($t_1, ...t_n$) için birleşik dağılım $F(Y_{t_1}, ...Y_{t_n})$ ile bütünüyle ifade edilir. Belirli bir *t* dönemindeki rassal değişken Y_t' nin dağılım ve yoğunluk fonksiyonları sırasıyla $F(Y_t)$ ve $f(Y_t)$ ile gösterilir.[21]

[20] Chatfield, a.g.e, s. 27.
[21] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 54.

Bir stokastik süreci tahmin etmenin bir yolu $t_1,....,t_n$ gibi bir veri kümesinin $Y_{t_1},..,Y_{t_n}$ birleşik olasılık dağılımını tanımlamaktır. Stokastik süreci tanımlamanın diğer yolu ise momentlerini oluşturmaktır. Bu momentler; ortalama, varyans ve otokovaryans fonksiyonları olarak adlandırılan birinci ve ikinci momentlerdir.[22]

Ortalama $\mu_t = E(Y_t)$ (1.3)

Varyans $\sigma^2 = \mathrm{var}(Y_t)$ (1.4)

Ve Y_{t_1} ile Y_{t_2} arasındaki kovaryansı,

Otokovaryans $\gamma_{t_1,t_2} = Cov(Y_{t_1}, Y_{t_2})$

$= E[(Y_{t_1} - E\{Y_{t_1}\})(Y_{t_2} - E\{Y_{t_2}\})]$ (1.5)

şeklinde yazılabilir.

Zaman serisi modellemesinde kovaryanslar önemlidir. Denklemde Y_{t_1} ile Y_{t_2} arasındaki kovaryans γ_{t_1,t_2} ile gösterilmiştir. Bu ifade Y_t ile k sayıda gecikmeli Y_{t+k} arasındaki kovaryansın gösterilmesi için kullanıldığında;

$\gamma_{kt} = Cov(Y_t, Y_{t+k})$

$= E[(Y_t - E\{Y_t\})(Y_{t+k} - E\{Y_{t+k}\})]$ (1.6)

olur.[23] Aynı seri üzerinde farklı gözlemler arasındaki kovaryanslar otokovaryans olarak bilinir. Bir stokastik sürecin dağılımı değişkenin birinci ve ikinci momentleri ile ortaya konulabilir ve her iki moment zamanın bir fonksiyonudur.

[22] Chatfield, a.g.e, s. 28.
[23] Chatfield, a.g.e, s. 29.

1.9. Korelasyon Ölçüleri

İki ya da daha çok değişken arasındaki ilişkinin (veya birlikteliğin) oransal büyüklüğünü ölçen birkaç teknik vardır. Herhangi bir ilişkide, bir değişkenin değerleri başka bir değişkenin değerleri ile birlikte aynı yönde veya ters yönde hareket ettiği saptanır ve birlikteliğin oransal büyüklüğü hesaplanabilir ise söz konusu ilişkide yer alan değişkenler için özellikle önraporlama yapmak oldukça kolaylıklar sağlar. Örneğin herhangi bir ürün talebi ile onun kendi fiyatı arasında ters yönlü bir ilişki beklenirken, reklam harcamaları veya rakip ürün fiyatları ile olan ilişkisinde doğrusal yönde bir birliktelik beklenmektedir.

Değişkenler arasında doğrusal yönde bir ilişkinin veya birlikteliğin ölçümü pozitif bir değer olarak tanımlanır; ters yöndeki bir ilişkinin veya birlikteliğin ölçümü ise negatif bir değerdir. Eğer iki değişken arasında herhangi bir birliktelik yoksa istatiksel olarak bağımsızdırlar denir.

İki ya da daha çok değişken arasındaki birlikteliğin büyüklüğünü veya derecesini ölçmeye çalışan teknikler; geleneksel ekonometrik veya istatistiksel çalışmalar için kovaryans ve korelasyon katsayıları iken zaman serileri analizleri için otokovaryans ve otokorelasyon sayılarıdır.[24]

Genelde kullanılan korelasyon analizleri; kovaryans, korelasyon, kısmi korelasyon, determinasyon katsayısı gibi birliktelik ölçüleri sayılabilir. Buna karşılık zaman serisi analizlerinde;

Kovaryans’ ın karşılığı Otokovaryans,

Korelasyon’ un karşılığı Otokorelasyon,

Kısmi Korelasyon’ un karşılığı Kısmi Otokorelasyon,

Determinasyon Katsayısı’ nın karşılığı Portmanteau (Q İstatistikleri) dur.

[24] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 243

1.9.1. Kovaryans ve Korelasyon

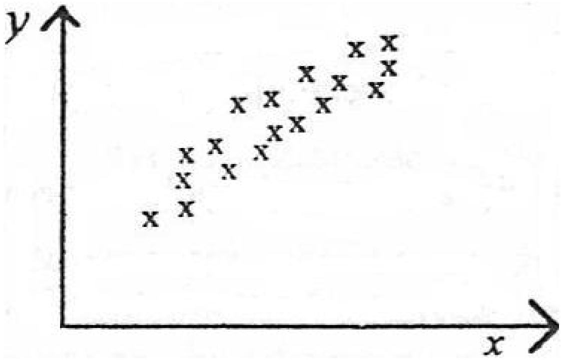
Herhangi iki rassal değişken arasında birlikteliğin veya birlikte değişimin mutlak bir ölçüsü *kovaryans* ile ifade edilir.[25] Her ne kadar kovaryans yalın haliyle birlikteliğin önemi hakkında çok fazla net bilgi vermese de korelasyon hesaplanmasında temel bileşen durumundadır. Başka bir ifadeyle korelasyon ölçülerinin temel mantığı kovaryans matematiğine dayanır. *X* ve *Y* gibi iki rassal değişken dikkate alındığında, kovaryans değişkenlerin her ikisinin beklenen değerlerinden (ortalamalarından) sapmalarının çarpımlarının beklenen değeridir.[26]

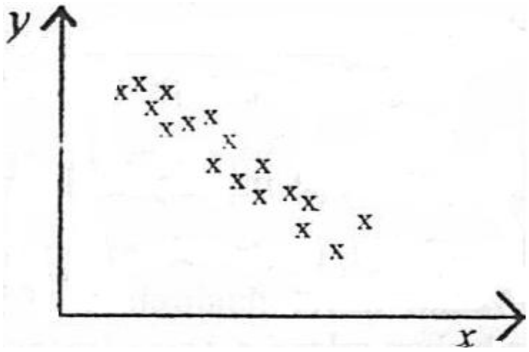
$$\mathrm{Cov(X,Y)=E[(X\text{-}E\{X\})(Y\text{-}E\{Y\})]}=\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{N}}\sum_{j=1}^{N}P_{ij}[(X_i-E\{X\})(Y_j-E\{Y\})] \qquad (1.7)$$

Burada P_{ij} , *X* ve *Y*' nin birlikte görülme olasılığıdır.[27]

Kovaryans X ve Y arasındaki doğrusal birlikteliğin bir ölçüsüdür. Her iki değişken aynı zamanda onun ortalamasının altında ve üstünde yer alıyorsa kovaryans pozitif olacaktır. Eğer *X*' in değeri ortalamasının üstünde fakat *Y'* nin değeri ortalamasının altında ise ya da tersi durum söz konusu ise kovaryans negatif olacaktır.[28]

[25] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 244.
[26] Patterson, a.g.e, s. 64.
[27] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 244.
[28] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 244.





Şekil 3. Pozitif ve Negatif Kovaryanslar

(a) Pozitif Kovaryans **(b) Negatif Kovaryans**

Kovaryans, *X* ve *Y* değişkenlerinin ortalamaları civarındaki sapmaların aritmetik ortalamasını alarak yeniden tanımlandığında[29],

$$\text{Cov(X,Y)}=\frac{1}{\text{N}}\sum_{i=1}^{N}(X_t-\overline{X})(Y_i-\overline{Y}) \tag{1.8}$$

Eğilimsiz bir kovaryans ölçeğine ulaşabilmek için serbestlik derecesi dikkate alınır. Dolayısıyla eğilimsiz kovaryans tahmincisi[30],

$$\text{Cov(X,Y)}=\frac{1}{\text{N-1}}\sum_{i=1}^{N}(X_t-\overline{X})(Y_i-\overline{Y}) \tag{1.9}$$

X ve *Y* gibi iki değişken gerçek anlamda bağımsız ise *Cov(X,Y)* = 0 olur.[31] Bu ifade sezgisel olarak bir değişkenin değerindeki değişmenin diğer değişkenin değerindeki değişmelerle bir alakası olmadığını söyler. Benzer şekilde eğer iki değişken arasında ilişki yoksa ortalamadan sapmaların arasında da bir ilişki olmadığı anlamına gelir. Fakat kovaryans ölçüsü değişkenler arasındaki değişimin bir ölçüsüdür. Eğer değişkenler arasında tam bir bağımsızlık varsa kovaryans yine sıfır çıkar. Bu durumda da bağıntının doğrusal olmadığı anlamına gelir.[32] Dolayısıyla değişkenler arasındaki doğrusal bağımlılığın nispi veya oransal bir ölçüsünü elde edebilmek için korelasyona başvurulur.

---

[29] Pindyck R. S, ve D. L. Rubinfeld, **Econometric Models and Economic Forecasts**, Singapore, Irwin/ McGraw-Hill International Edit., 1998, s. 26.
[30] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 26.
[31] Tsay, a.g.e, s. 25.
[32] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 215.

Korelasyon katsayısı, değişkenlerden birindeki bir standart sapma değişimin diğer değişkendeki bir standart sapma ile birlikteliğin bir ölçüsüdür. Doğrusal ilişkinin gücünü ölçer.[33]

$$\rho(\mathrm{X,Y}) = \frac{\mathrm{Cov(X,Y)}}{\sqrt{\mathrm{Var(X)Var(Y)}}} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_x \sigma_y} \tag{1.10}$$

Anakütle korelasyon katsayısı yada Pearson korelasyon katsayısı olarak adlandırılan bu korelasyon ölçüsünde σ_x ve σ_y sırasıyla *X* ve *Y'* nin standart sapmalarını gösterir.[34]

Korelasyon katsayısının bu ölçeği -1 ile +1 değerleri arasında değişkenlik gösterir. Ölçek -1 veya +1' e ne kadar yaklaşırsa birlikteliğin derecesi o kadar yüksektir. Sıfıra yaklaştıkça birlikteliğin derecesi düşer. Tam sıfır olma halinde ise değişkenler ya tam olarak bağımsızdırlar ya da doğrusal olmayan bir ilişkiye sahiptirler. Bu durumda da tam bağımsızlık söz konusudur.[35]

Denklem (1.10) ile tanımlanan anakütle katsayısına karşılık iki değişken arasındaki örneklem otokorelasyon katsayısı,

$$\mathrm{r_{XY}} = \frac{\mathrm{Cov(X,Y)}}{\sqrt{\mathrm{Var(X)Var(Y)}}} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_x \sigma_y} \tag{1.11}$$

veya

$$\mathrm{r_{XY}} = \frac{Cov(X,Y)}{S_X S_Y} \tag{1.12}$$

biçiminde yazılabilir. Burada $\sigma_X \equiv S_X$ ve $\sigma_Y \equiv S_Y$' dir. Örneklem standart sapma değerleri S_X ve S_Y

[33] Gujarati Damodar N., **Basic Econometrics**, Newyork, The McGraw- Hill Companies, 2004, s. 23.
[34] Tsay, a.g.e, s. 25-26.
[35] Patterson, a.g.e, s. 71.

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum (X_1 - \overline{X})^2}{N-1}} \qquad (1.13)$$

ve

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum (Y_1 - \overline{Y})^2}{N-1}} \qquad (1.14)$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

Denklem (1.13) ve (1.14) örneklem korelasyon katsayısı olan denklem (1.12)' de yerine yazılarak yeniden düzenlendiğinde [36],

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (X_1 - \overline{X})(Y_1 - \overline{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} (X_1 - \overline{X})^2 \sum_{i=1}^{N} (Y_1 - \overline{Y})^2}} \qquad (1.15)$$

r_{XY} ; X ve Y arasındaki basit korelasyon katsayısı olarak adlandırılır.[37]

1.9.1.1. Korelasyonun İstatistiksel Anlamlılığı

X ve *Y* gibi iki değişken arasındaki korelasyon katsayısı yüksek çıksa bile, birlikteliğin istatistiksel anlamlılığı, gerek küçük örneklem hacimlerinde gerekse daha düşük korelasyon katsayısı değerlerinde bir değerlendirme yapma gereğini ortaya çıkarır. Herhangi iki değişken arasında hesaplanan korelasyon katsayısının istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını test edebilmek için aşağıdaki adımlar izlenir:

---

[36] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 26.

[37] S. A. Delurgio**, Forecasting Principles and Applications**, Newyork, Irwing McGraw-Hill Comp. 1998, s. 59-60.

Hipotezler aşağıdaki gibi tanımlanır:

$H_0 : r_{XY} = 0$ (İki değişken arasında istatistiksel olarak anlamlı bir birliktelik yoktur.)

$H_1 : r_{XY} \neq 0$ (İki değişken arasında istatistiksel olarak anlamlı bir birliktelik vardır.)

Test istatistiği hesaplanır:

$$t_y = \frac{r - r_0}{Se_r}$$

$r_0 = 0$ ve $Se_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$ olmak üzere

$$t_r = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}} \qquad (1.16)$$

olur.

Seçilen anlamlılık düzeyinde kritik tablo değeri bulunur ($t_t \approx$ teorik t değeri)

1.9.2. Otokovaryans ve Otokorelasyon

Herhangi bir değişkenin zaman boyunca ölçülmesi durumunda serideki gözlemlerin bir veya bir kaçı ya da daha fazlası birbirinden etkilenecektir. Başka bir ifadeyle serinin çeşitli sayıdaki gecikmeli değerleri arasında genelde korelasyonun varlığı gözlenir. Yatay kesit verilerinde de karşılaşılabileceği gibi, genellikle zaman serilerinde rastlanılan bir durumdur.[38] Özellikle ekonomik zaman serisi verilerinde bir ve iki gözlemli ve çok nadir olarak üç değerli gecikmeler arasında korelasyonun varlığı gözlenir. Otokovaryans ve otokorelasyon analizleri geleneksel istatistikteki kovaryans ve korelasyon mantığına göre geliştirilir. Burada temel farklılık yalnızca tek bir

[38] Michael Creel, **Econometrics**, Dept. Of Economics and Economic History, Universitat Autonoma de Barcelona, 2005, s. 130.

değişken ele alınmakta ve bu değişkenin kendi değerleri arasında gecikmeli korelasyonlar hesaplanmaktadır. Y_t zaman serisi değişkeni ile onun geçmiş değerleri Y_{t-i} arasındaki korelasyon, otokorelasyon olarak genelleştirilir.[39] Otokorelasyon katsayıları otokovaryans katsayılarına dayanılarak hesaplanır. Durağan stokastik süreç için *k* gecikmeli otokovaryans,

$$Cov(Y_t, Y_{t+k}) = Cov(Y_t, Y_{t-k})$$

$$Cov(Y_t, Y_{t+k}) = \sum_{t=1}^{T-k} (Y_t - \overline{Y})(Y_{t+k} - \overline{Y}) / T \qquad , \qquad t = 1, 2, ...T$$

$$Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E[(Y_t - \mu_Y)(Y_{t+k} - \mu_Y)] \tag{1.17}$$

Stokastik sürecin bütün bir tasvirini elde edebilmek için olasılık dağılımına dayanan gerçek durumu tanımlayabilmek için otokorelasyon fonksiyonu, modelleme sürecinde oldukça yararlı bilgiler sunmaktadır.[40] Otokorelasyon fonksiyonu Y_t serisindeki … Y_{t-1} ,…*Yt-1* , Y_t Y_{t+1} ,… Y_{t+k} … yakın komşu veri noktaları arasındaki korelasyonu (birlikteliği) ölçmektedir.

k gecikmeli bir anakütle otokorelasyon fonksiyonunu, otokovaryans tanımından hareketle şöyle yazmak mümkündür,

$$\rho_k = \frac{E[(Y_t - \mu_Y)(Y_{t+k} - \mu_Y)]}{\sqrt{E[(Y_t - \mu_Y)^2]E[(Y_{t+k} - \mu_Y)^2]}}$$

$$= \frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{\sigma_{Yt}\sigma_{Y_{t+k}}} \tag{1.18}$$

Elde edilen bu son ifadenin paydasındaki durağan bir süreç için varyans anlamına gelir. Yani *t* dönemindeki standart sapma ile *t+k* dönemindeki standart sapma eşittir.

[39] Tsay, a.g.e, s. 26.
[40] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 221.

$$\sigma_{Y_t} = \sigma_{Y_{t+k}} \tag{1.19}$$

O halde,

$$\frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{\sigma_{Y_t} \sigma_{Y_{t+k}}} \tag{1.20}$$

bu ifade; otokorelasyonun, otokovaryans/varyans olduğunu gösterir.

$$Cov(Y_t, Y_{t+k}) = \gamma_k$$

$$Var(Y_t) = \gamma_0$$

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \tag{1.21}$$

olarak bulunur.[41]

[41] John H. Cochrane, **Time Series for Macroeconomics and Finance**, USA, 1997, s. 21.

1.9.3. Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu (Partial Autocorrelation Function-PACF)

Otokorelasyon fonksiyonu zaman serisindeki iki nokta arasındaki ilişkiyi araştırmaya yarar. Kısmi otokorelasyonlar, diğer zaman gecikmelerinin etkisini arındırarak Y_t ile Y_{t-k} arasındaki birlikteliğin derecesini ölçer.

$$\Phi_{kk} = \rho(Y_t, Y_{t-k} / Y_{t-1}, Y_{t-2}, ..., Y_{t-k+1}) \qquad (1.22)$$

Bu ifadeden görüldüğü gibi $\Phi_{kk}, Y_{t-1}, Y_{t-2}, k, \; Y_{t-k+1}$ koşulunda Y_t ile Y_{t-k} arasındaki korelasyon katsayısıdır. Kısmi otokorelasyonlar, otokorelasyon fonksiyonunun değerlerinden yararlanılarak elde edilir.[42]

$$\Phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \Phi_{k-1}, \rho_{k-1}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \Phi_{k-1}, \rho_j} \qquad (1.23)$$

$$\Phi_{kj} = \Phi_{k-1j} - \Phi_{kk}\Phi_{k-1,k-j} \qquad j=1,2,...,k\text{-}1 \text{ için} \qquad (1.24)$$

1.10. Durağanlık Kavramı ve Analizi

Zaman serisi verileri ile yapılan çalışmalarda serilerin durağan (stationary) olmaları önemlidir. Zaman serileri analizinde, durağan olmayan serilerle yapılan çalışmalarda meydana getirilecek regresyonun neticeleri gerçekçi değildir ve durağan olmayan (non-stationary) serilerin kullanılması regresyona tabi tutulan değişkenler içinde sahte ~ adi (spurious) ilişkiye sebep olur. Böyle olunca R^2 değerleri ve standart t istatistikleri olduğundan daha fazla çıkar.[43] Değişkenler arasında anlamlı bir ilişki olmadığı durumlarda dahi anlamlı bir ilişki varmış gibi görünür. Bu sebeple, zaman serileri ile çalışırken, ilk olarak serilerin durağanlığının test edilmesi gerekmektedir.[44]

---

[42] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 233.
[43] Walter Enders, **Applied Econometrics Time Series**, Newyork: John Wiley &Sons, 2004, s.171.
[44] HarunTerzi, "Türkiye'de Enflasyon ve Ekonomik Büyüme İlişkisi (1924-2002)", **Gazi Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, Sayı: 3, 2004, s. 59-75.

Deterministik bir yapısı olmayan ve “d” kare farkı alındıktan sonra ortalaması ve varyansı sabit, doğrusal bir otoregresif hareketli ortalama (ARMA) aşaması gösteren bir seri durağandır.[45] d. dereceden durağan olan X_t serisi sembolik olarak ifade edilir.

Şayet bir zaman serisi durağansa, varyansı kovaryansı ve ortalaması, zamanla değişmemektedir. Bir zaman serisinin varyansının kovaryasının ve ortalamasının, zaman içerisinde sabit kalması zayıf durağanlık olarak açıklanmakta olup ikinci mertebeden durağanlık veya kovaryans durağanlık olarak da söylenmektedir Bu aynı zamanda geniş anlamda durağanlık diye de tanımlanabilmektedir. Bir stokastik sürecin koşullu ve ortak olasılık dağılımı zaman içinde değişmiyorsa bu seri güçlü manada durağan olarak adlandırılır. Genellikle uygulama yapılırken kovaryans durağanlık kavramı yeterli olmaktadır.[46]

Bir durağan zaman serisinde arka arkaya gelen iki değer arasındaki fark zamanın kendisinden doğmamakta yalnızca zaman aralığından kaynaklanmaktadır. Bu sebepten dolayı serinin ortalaması zamanla değişmemektedir. Fakat gerçek dünyadaki zaman serilerinin çoğu durağan değil ve böylece serilerin ortalaması zaman içinde değişmektedir. Zaman serilerinin uygun bir modele oturtulabilmesi için bu serilerin ilk olarak durağan hale getirilmesi gerekir.[47]

Bir serinin durağan olup olmadığını anlamanın iki yolu bulunmaktadır:[48]

- Birim kök testleri uygulanması.
- Serinin korelogramının incelenmesi,

[45] R. F. Engle ve C. W. J. Granger, “Cointegration and Error Correction, Representation Estimation and Testing”. **Econometrica,** Sayı:55, 1987, s.251.
[46] Özlem Göktaş Yılmaz, “Türkiye Ekonomisinde Büyüme İle İşsizlik Oranları Arasındaki Nedensellik İlişkisi”, **İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri ve İstatistik Dergisi,** Sayı:2, 2005, s.69
[47] Aziz Kutlar, **Uygulamalı Ekonometri**, Ankara: Nobel Yayın Dağıtım, 2005, s.252.
[48] Jack Johnston ve John Dinardo, **Econometric Methods**, Newyork: McGraw-Hill International Edit, 1997, s.215

1.10.1. Sahte ~ Adi Regresyon

Zaman serisi kullanarak meydana getirilen regresyonda durağan olmayan serilerin kullanılması, yapılan tahminde sahte ~ adi (spurious) regresyonu meydana çıkarır.[49] Regresyon sonuçları incelendiğinde R^2 yeterince yüksek ve t istatistikleri anlamlıdır, fakat *DW* (Durbin Watson) istatistik değeri küçüktür. Ancak sonuçların bir ekonomik anlamı yoktur. Newbold ile Granger'ın önerdikleri gibi,[50] $R^2 > DW$ ise tahmin edilen regresyonun sahte ~ adi olduğundan şüphelenmek için gevşek bir kuraldır. Durağan olmayan bir zaman serisinin, durağan olmayan bir zaman serisine nazaran regresyonu bulunduğunda standart t ve F sınama aşamaları geçerli değildir.[51]

1.10.2. Korelogram Testi

Bu durağanlık testi otokorelasyon fonksiyonuna (ACF) dayanır. Otokorelasyon fonksiyonu serinin bazı değerleri ve gecikmeli değerleri arasındaki ilişkinin (correlation) kapsamını saptar. Farklı zaman aralıkları (k) için bulunacak ACF(k) katsayısı değerleri ilişkilendirildiğinde, korelogram elde edilir. ACF(k) değerleri 1 ve -1 arasında bulunmaktadır.

$$ACF(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{n} (X_t - \bar{X})(X_{t-k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^{n} (X_t - \bar{X})^2} \tag{1.25}$$

Durağanlığın olup olmadığına bakmak için korelogramdan şöyle faydalanılır. ACF eğer çok yüksek bir değerden başlayıp çok yavaş küçülüyorsa, bu serinin durağan olmadığının bir ifadesidir. Söz konusu hipotez testi her bir ACF(k) değeri için +-1.96 (1/√n) değeri bulunarak yapılır. Eğer ACF(k) değeri güven aralığı sınırları dışında kalıyorsa otokorelasyon vardır. Kısmi korelasyon fonksiyonu gecikmeli değişkenler arasındaki ilişkiyi belirtir. Kısmi korelasyon fonksiyonu ile korelasyon Y ve Y_{t-k}

---

[49] Badi H. Baltagi, **A Companion to Theoretical Econometrics**, UK, Blackwell Publishing, 2003, s. 557.
[50] C.W.J. Granger ve P. Newbold, "Spurious Regressions in Econometrics", **Journal of Econometrics**, Sayı: 2, (1974), s. 111-120.
[51] Enders, a.g.e., p.171

değerleri arasındaki terimlerin etkisi çıkarılarak bulunur.[52] Tüm bu ACF(k) değerlerinin eşanlı olarak sıfıra eşit olduğunun testi için diğer bir metotta, Box-PierceQ ve Ljung-Box istatistiğinin kullanılmasıdır.

$$\text{Box} - \text{PierceQ} = n \cdot \sum_{k=1}^{m} p^2 k \tag{1.26}$$

$$LB = \left(n(n+2)\, n \cdot \sum_{k=1}^{m} p^2 \cdot \frac{k}{n-k} \right) \tag{1.27}$$

n, örneklem büyüklüğü, m gecikme sayısı iken Q ve LB istatistiği ki-kare dağılımı dikkate alınarak test edilir.

H_o: Bütün ACF(k) lar sıfır

H_a: Bütün Acf(k) lar sıfırdan farklı

Hipotezleri geçerli iken şayet hesaplanan Q ve LB değeri ki-kare çizelgesindeki eşik değerinden büyükse H_0 red edilir. Yani seri durağan değildir.

[52] Tümay Ertek, **Ekonometriye Giriş,** 2. Basım, İstanbul: Beta Basım Yayıncılık, 1996, s.383-384.

1.10.3.Birim Kök Testi

Bir serinin uzun zamanda sahip olduğu özellik, değişkenin bir önceki dönemde aldığı değerinin, bu dönemi nasıl etkilediğinin tespit edilmesiyle oluşturulabilir. Bu sebeple serinin nasıl bir aşamadan geldiğini kavramak için, serinin her dönemde aldığı değerin geçmiş dönemlerdeki değerleriyle regresyonunun bulunması gerekmektedir.[53]

Durağan olmayan zaman serileri kullanılarak meydana getirilen modellerde bir takım sorunlar olmakta ve değişkenler arasında bulunmayan bir ilişki yanlış yorumlanarak varmış gibi değerlendirilmektedir. Bir serinin durağan olup olmadığının yani birim kök içerip içermediğinin araştırılmasında değişik parametrik ve parametrik olmayan testler geliştirilmiştir.[54]

Birim kök testi ile serilerin durağan olup olmadıkları anlaşılabilmektedir. Y_t değişkeninin bu dönemde aldığı değerin geçen dönemdeki değeri olan Y_{t-1} ile ilişkisi

$$Y_t=\rho\, Y_{t-1}+u_t \qquad (1.28)$$

biçiminde gösterilir. Burada u_t stokastik hata terimidir. Bu model birinci dereceden otoregresif AR(1) modelidir. Eğer ρ katsayısı bire eşit bulunursa birim kök sorunu ortaya çıkmaktadır ve model

$$Y_t=Y_{t-1}+u_t \qquad (1.29)$$

şeklini almaktadır. Bu geçmiş dönemde iktisadi değişkenin değerinin ve bu bağlamda o dönemde karşı karşıya kaldığı şokun olduğu gibi sistemde kalması demektir. Bu şokların kalıcı özellikte olması serinin durağan olmaması ve zaman içinde gösterdiği trendin stokastik olması anlamına gelmektedir. Eğer ρ katsayısı birden küçük çıkarsa,

---

[53] Nevin Uzgören ve Ergin Uzgören, "Zaman Serilerinde Sahte Regresyon Sorunu Ve Reel Kamu Harcamalarına Yönelik Bir Ekonometrik Model Uygulaması", **Uluslararası Hakemli Sosyal Bilimler E-Dergisi,** 2005, s.4.

[54] Mustafa İbicioğlu ve Ayhan Kapusuzoğlu, "İmkb İle Avrupa Birliği Üyesi Akdeniz Ülkelerinin Hisse Senedi Piyasalarının Entegrasyonunun Ampirik Analizi", **Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi,** 2011, s.88.

geçmiş dönemlerdeki şoklar belli bir süre etkilerini devam ettirseler bile, bu etki gittikçe azalacak ve az bir zaman sonra tümden ortadan kalkacaktır. (1.53) nolu denklem başka bir şekilde şöyle de yazılabilir:

$$\Delta Y_t = (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t = \delta Y_{t-1} + u_t \qquad (1.30)$$

$\Delta Yt = Y_t - Y_{t-1}$'dir. Bu durumda artık sıfır önsavı $\delta=0$ olarak tanımlanır. $\rho=1$ olduğunda $\delta=0$ olacaktır ve böylece

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = u_t \qquad (1.31)$$

olacağından, Y_t serisinin birinci farkları durağan olacaktır.[55]

Test neticesinde elde edilen t istatistiğinin, kritik değer ile karşılaştırılması ile H_0 hipotezin kabulüne ya da reddine karar verilir. H_0 hipotezi serinin durağan olmadığını ve birim köke sahip olduğunu, alternatif hipotez ise serinin durağan olduğunu göstermektedir. Eğer hesaplanan değer, kritik değerden mutlak olarak büyükse H_0 hipotezi reddedilir ve serinin durağan olduğuna karar verilir[56].

H_0: Seri durağan değildir (Birim kök vardır).

H_1: Seri durağandır (Birim kök yoktur).

Birim kök testi standart ve genişletilmiş birim kök testi şeklinde iki gruba ayrılmaktadır. Dickey Fuller (DF) yaklaşımı; serinin birim kök içerdiği (durağan olmadığı) yokluk (H_0) hipotezine karşı, birim kök içermediği (durağan olduğu) alternatif hipotezine karşı sınamadır.[57] Bu testte bilinen t istatistiği, τ(tau) istatistiği (d.f.-test istatistiği) olarak ifade edilir ve τ istatistiklerinin değerlendirilmesinde bilinen t testi yapılamaz (çünkü hesaplanan t değeri büyük örneklerde bile t dağılımına uymaz).[58] Bu sebeple τ istatistiği MacKinnon kritik değerleri ile karşılaştırılır. τ(tau) istatistiklerinin kritik değerleri Dickey ve Fuller tarafından Monte Carlo benzetimleriyle

---

[55] Uzgören ve Uzgören, a.g.m., s.4.
[56] İbicioğlu ve Kapusuzoğlu, a.g.m., s.88.
[57] R. I. D. Harris, **Using Cointegration Analysis in Econometric Modelling**, Londra: Printice Hall, 1995, s. 28.
[58] Enders, a.g.e., p.182.

tablolaştırılmıştır.[59] Eğer τ istatistiği mutlak değerce (τ) MacKinnon kritik değerinin mutlak değerinden küçükse, H_0 hipotezi rededilemez ve serinin durağan olmadığı neticesine varılır.[60]

Dickey-Fuller testinde kullanılan modeller şunlardır:

- Sabit terimsiz model : $\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$ (1.32)
- Sabit terimli model: $\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t$ (1.33)
- Sabit terimli ve trendli model: $\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + u_t$ (1.34)

Burada t zaman ya da genel eğilim değişkenidir. Eğer u_t hata terimi ardışık bağımlı ise kullanılacak regresyon modeli aşağıdaki gibidir:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \alpha \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \tag{1.35}$$

Bu modele DF sınaması uygulanırsa, buna genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) sınaması adı verilir.[61]

---

[59] David A. Dickey ve Wayne A. Fuller, "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root", **Journal of the American Statistical Association**, Sayı: 74, 1979, s. 427-431.
[60] Ertek, a.g.e., s.387.
[61] Damodar N., Gujarati, **Basic Econometrics**, Newyork: The McGraw-Hill Comp., 2004, s.817.

İKİNCİ BÖLÜM

TEK DEĞİŞKENLİ ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

Ekonomik verilerin analiz amaçlarından biri de; ekonomik değişkenlerin gelecekteki değerlerini öngörmektir. Zaman serisi yaklaşımında bir ekonomik değişkenin ilgili cari değerleri o değişkenin geçmiş değerleri ile ilişkilendirilir. Zaman serisi modelleri bu geçmiş değerleri kullanarak aynı değişkenin gelecekte alabileceği değerleri öngörmeye çalışır. Çalışmada ele alınacak zaman serisi modelleri tek değişkenli bir zaman serisinin kendi geçmiş değerleri ve hata paylarına göre kurulan modeller olacaktır.

$$Y_t = f(Y_{t-1}, Y_{t-2}, ..., e_t, e_{t-1}, e_{t-2}, ...) \tag{2.1}$$

Modelleme bu değişkenlerle ele alınacaktır. *f*(...) gecikmelerin sayısı ve hata terimleri için bir yapıdır. Örneğin bir gecikmeli ve temiz dizi kalıntılı doğrusal bir fonksiyon tanımlandığında bu birinci derece otoregresif AR(1) süreç anlamına gelir.[62]

2.1. Otoregresif Süreç (Autoregressive Process-AR)

Zaman serisi modellemesinde Y_t gibi bir ekonomik değişkenin geçmiş değerlerinden elde edilen bilgi, bu Y_t değişkeninin gelecek değerlerini öngörmede yararlı olur.

Bu tip gecikmiş bağımlılığı gösteren istatistiksel model örneği aşağıdaki eşitlikte olduğu gibi birinci derece otoregresif bir süreç ile verilmektedir.

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + e_t \quad , \qquad t = 1,2,3,\dots,T \tag{2.2}$$

[62] J. Johnston ve J. Dinardo, **Econometric Methods**, Newyork, McGraw-Hill International Edit, 1997, s. 204.

Bu birinci derece otoregresif süreçte δ bir kesme parametresi; φ_1 -1 ile +1 arasında değer aldığı varsayılan bilinmeyen parametre ve e_t ortalaması sıfır sabit bir varyansla σ^2 korelasyonsuz bir hata terimidir.[63] Bu denklem birinci derece otoregresif zaman serisi modelidir. Çünkü Y_t yalnızca kendi ve bir önceki dönemdeki değerine (Y_{t-1}) ve bir rassal kalıntıya bağlıdır. Bu istatistiksel model yapısı AR(1) süreci olarak tanımlanır.[64]

Bir ekonomik değişken için zaman serisi istatistiksel modeli tanımlandığında, zaman serisinin $Y_1, Y_2, Y_3, ..., Y_T$ oluşum sürecinin mahiyetini tam anlamıyla bilmek güçtür. Eğer sürecin otoregresif olduğu tahmin edilse bile birinci derece otoregresif süreçten daha karmaşık olması muhtemeldir. Y_t yalnızca Y_{t-1}'e bağlı değil ayrıca $Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-3}, ...$' e bağlı olabilir. Dolayısıyla *p.* dereceden bir otoregresif sürecin istatistiksel modeli AR(*p*) şu şekilde gösterilebilir:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + ... + \phi_p Y_{t-p} + e_t \qquad (2.3)$$

Burada δ bir kesme parametresi ve stokastik süreç olan Y_t' nin ortalamasını gösterir.[65] $\phi_1, \phi_2, ..., \phi_p$' ler bilinmeyen otoregresif parametrelerdir. Hata terimi e_t ortalaması sıfır sabit bir varyansla σ^2 korelasyonsuz rassal değişkenler olarak varsayılır.[66] Yani { e_t } temiz dizidir.

2.1.1. AR(1) Sürecinin Özellikleri

Zaman serisi analizlerinde, zaman serisi değişkeni Y_t' nin ortalama, varyans ve kovaryansının hesaplanması önem taşımaktadır. Zaman serisi modelleri bir başlangıç noktasından sınırsız bir geçmişte başlayan ve sınırsız bir gelecekte de devam edecek olan Y_t' nin oluşum süreci varsayımına dayanır. Bundan başka geçmiş ve gelecekteki rassal değişkenler örnek gözlemlerinde $Y_1, Y_2, Y_3, ..., Y_T$ olduğu gibi aynı olasılık

[63] Tsay, a.g.e, s. 32.
[64] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 528.
[65] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 527.
[66] W.E. Griffiths, R. C. Hill ve G.G. Judge, **Learning and Practicing Econometics**, Newyork, John Wiley&Sons, 1993, s. 642.

yoğunluk fonksiyonunu takip eder. Dolayısıyla bütün rassal değişkenlerin geçmiş, bugün ve gelecek değerlerine bakmadan aynı ortalama ve varyansa sahip oldukları varsayılır. Ayrıca Y_t ve Y_{t+k} gibi herhangi iki rassal değişken arasındaki kovaryansın zamana bağlı olmadığı, fakat iki rassal değişken arasındaki k sayıda ilerlemeye veya gecikmeye bağlı olduğu varsayılır. Bu varsayım değişkenin geçmiş değerlerinden yola çıkarak gelecek değerlerini öngörmek için önemli bir varsayımdır. Çünkü örneklem gözlemlerinin oluşturduğu veri üretme süreci rassal değişkenin geleceğini ele almıyorsa, bu durumda örneklem verilerine dayanan öngörüler güvenilmez olur. [67]

AR(1) süreci için ortalama, varyans ve kovaryanslar;

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + e_t \qquad e_t \sim IID(0, \sigma^2) \tag{2.4}$$

Denklemde Y_t' nin beklenen değeri alındığında;

$$E(Y_t) = E(\delta + \phi_1 Y_{t-1} + e_t)$$

$$E(Y_t) = E(\delta + \phi_1 Y_{t-1}) + E(e_t)$$

$$E(Y_t) = E(\delta + \phi_1 Y_{t-1}) \tag{2.5}$$

Bir zaman serisinin gözlenebilecek sonuçları Y_t bütün dönemler için aynı olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahipse, bu durumda Y_t' nin ortalaması, varyansı bütün dönemlerde aynı olmalıdır. Yani $E(Y_t) = E(Y_{t-1}) = ... = \mu$ olur.[68]

$$\mu = \delta + \phi_1 \mu$$

$$E(Y_t) = \mu = \delta / (1 - \phi_1) \tag{2.6}$$

sonucu elde edilir. Otoregresif parametrenin değeri $|\phi_1| < 1$ ise süreç durağan olarak kabul edilir.[69] Denklem (2.4)' de sabit terim $\delta = 0$ olduğu varsayıldığında; Y_t' nin

[67] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 126.
[68] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 527.

ortalaması $\mu = 0$ olacaktır. Bu varsayımla seri ortalamadan sapmalar cinsinden tanımlanmış olur. Yani ($Y_t - \mu$)' e ulaşılmış olur. Ortalamadaki bu tanımlama serinin varyansını ve kovaryansını etkilemez.[70]

AR(1) sürecinde Y_t' nin varyansını bulmak için, denklem (2.4) $\delta = 0$ varsayımı dikkate alınarak yeniden yazıldığında,

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + e_t \tag{2.7}$$

olacaktır.

İki tarafın varyansı alındığında ;

$$Var(Y_t) = \sigma_Y^2 = Var(\phi_1 Y_{t-1} + e_t)$$

$$= \phi_1^2 Var(Y_{t-1}) + Var(e_t)$$

$$\sigma_Y^2 = \phi_1^2 \sigma_y^2 \sigma_e^2 \qquad (Y_{t-1} \text{ ile } e_t \text{ bağımsızdır})$$

$$= \sigma_e^2 / (1 - \phi_1^2) = \gamma_0 \tag{2.8}$$

olur.[71]

[69] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 528.
[70] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 127.
[71] Tsay, a.g.e, s. 34.

Y_t' nin ortalama ve varyansının bütün dönemler için aynı olmasına ek olarak zaman serisi değişkenlerinin zaman boyunca kovaryanslarının sabit olduğu varsayılır.

$$Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E[(Y_t - E(Y_t)(Y_{t-1} - E(Y_{t-1})]$$

$= E(Y_t, Y_{t-1})$, $E(Y_t) = 0$ olduğu için

$= E[(\phi_1 Y_{t-1} + e_t)Y_{t-1}]$

$= \phi_1 E(Y_{t-1}^2) + E(e_t Y_{t-1})$

$= \phi_1 \sigma_y^2$ (Y_{t-1} ile e_t bağımsızdır). (2.9)

Bu kovaryans bütün rassal değişkenler için aynıdır. Birer dönem gecikmeli kovaryans ise;

$$Cov(Y_{t-1}, Y_{t-2}) = E(Y_{t-1}, Y_{t-2}) = \phi_1 \sigma_y^2$$

$$Cov(Y_{t-2}, Y_{t-3}) = E(Y_{t-2}, Y_{t-3}) = \phi_1 \sigma_y^2$$

sonucunu verir. Benzer şekilde Y_t ile Y_{t-k} arasındaki kovaryans γ_k ile gösterilir ve *t*' ye bağlı değildir. Dolayısıyla *k* gecikmeli kovaryanslar;

$\gamma_k = Cov(Y_t, Y_{t-k}) = \phi_1^k \sigma_y^2$ *k*=0,1,2,... (2.10)

olarak hesaplanmaktadır. Buradan Y_t' nin varyansı,

$\sigma_y^2 = \sigma_e^2 / (1 - \phi_1^2) = \gamma_0$ (2.11)

k gecikmeli otokovaryans katsayısı,

$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} = \sigma_Y^2 \phi_1^k = \phi_1^k \gamma_0$ *k*=0,1,2,... (2.12)

ile verilir.[72]

[72] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 528.

Kovaryanslar değişkenlerin ölçü birimlerine bağlı oldukları için sorgulamak zordur.[73] Bu yüzden bu problemin üstesinden gelebilmek için Y_t ile Y_{t-k} arasındaki korelasyon hesaplanabilir.

Y_t ile Y_{t-k} arasındaki korelasyon;

$$Cor(Y_t, Y_{t-k}) = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-k})}{\sqrt{Var(Y_t)Var(Y_{t-k})}} = \rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, ... \qquad (2.13)$$

ile hesaplanmaktadır.[74]

Otokorelasyon ve otokovaryans katsayıları sıfır gecikme civarında simetrik oldukları için $\rho_{-k} = \rho_k$' dır. Dolayısıyla sadece pozitif gecikmeleri dikkate almak yeterlidir. Ayrıca *k = 0* için $\rho = 1$ olacağı denklem (2.13)' den görülmektedir.

AR(1) süreci için otokorelasyon katsayısı,

$$\rho_k = \phi\rho_{k-1} = \phi_1^k \qquad k = 1,2,... \qquad (2.14)$$

ifadesi serinin otokorelasyon fonksiyonu olarak bilinir.[75] Bunun grafiksel çizimi korelogram olarak adlandırılır.[76]

2.1.2. AR(2) Sürecinin Özellikleri

Birinci dereceden otoregresif zaman serisi modelleri birçok ekonomik zaman serisini tanımlamada yeterli olabilir. Bununla beraber diğer serilerde daha genel otoregresif süreçler gerekebilir. İkinci derece bir otoregresif süreç AR(2),

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t \quad e_t \sim IID(0, \sigma^2) \qquad (2.15)$$

ile verilir.[77]

---

[73] Patterson, a.g.e, s. 65.
[74] Tsay, a.g.e, s. 26.
[75] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 529.
[76] Johnston ve Dinardo, a.g.e, s. 209.

AR(2) sürecinde zaman serisi Y_t' nin ortalaması;

$$E(Y_t) = \mu = \delta / (1 - \phi_1 - \phi_2) \tag{2.16}$$

$$E(Y_t) = \delta + \phi_1 \mu + \phi_2 \mu$$

veya

$$E(Y_t) = \mu = \delta / (1 - \phi_1 - \phi_2) \tag{2.17}$$

yazılır.[78]

AR(2) sürecinin durağan olması için,

$$\phi_1 + \phi_2 < 1$$
$$\phi_2 - \phi_1 < 1$$
$$|\phi_2| < 1$$

koşulları sağlanmalıdır.[79] $\delta = \mu = 0$ olduğunu varsayarak, Y_t' nin varyansı ve kovaryansı;

$$E(Y_t^2) = E[Y_t(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t)]$$

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \sigma_e^2 \tag{2.18}$$

$$E(Y_{t-1} Y_t) = E[Y_{t-1}(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t)]$$

$$\gamma_1 = \phi_1 \gamma_0 + \phi_2 \gamma_1 \tag{2.19}$$

$$E(Y_{t-2} Y_t) = E[Y_{t-2}(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t)]$$

$$\gamma_2 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_0 \tag{2.20}$$

ve $k \geq 2$ için genel olarak yazılacak olursa;

---

[77] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 530.
[78] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 530.
[79] Johnston ve Dinardo, a.g.e, s. 210.

$$E(Y_{t-k}Y_t) = E[Y_{t-k}(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t)]$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} \qquad (2.21)$$

Denklem (2.18), (2.19), (2.20) eşanlı olarak çözüldüğünde;

$$\gamma_0 = \frac{(1-\phi_2)\sigma_e^2}{(1+\phi_2)[(1+\phi_2)^2 - \phi_1^2]} \qquad (2.22)$$

bulunur.[80]

Bu sonuçlar ayrıca otokorelasyon fonksiyonu ρ_k' nın çıkarılmasında da kullanılır.

AR(2) süreci için otokorelasyon fonksiyonu (ACF),

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} \qquad k = 3, 4, \ldots \qquad (2.23)$$

olur. [81]

[80] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 531.
[81] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 531.

2.1.3. AR(p) Sürecinin Özellikleri

Y_t değişkeninin gözlenen örneklem değerleri bir AR süreci tarafından üretildiği varsayılsın. Gerçek hayatta sürecin derecesi hakkında çoğu zaman belirsizlik söz konusudur. Genel olarak AR(*p*) süreci,

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + ... + \phi_p Y_{t-p} + e_t \qquad (2.24)$$

Denklem (2.24) ile geleneksel model $[Y_t = E(Y_t) + e_t]$ arasında, modellerin sağ tarafında yer alan değişkenler açısından fark vardır. Denklem (2.24)' ün sağ tarafındaki değişkenler rassal bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinden oluştuğu için rassaldır. Eğer kalıntı e_t korelasyonsuz rassal değişken ise bu durumda denklem (2.24)'ün sağ tarafındaki Y_t' nin gecikmeli değerleri ile de korelasyonsuz olacaktır. Bu nedenle Y_t' nin gecikmeli değerleri yalnızca e_t' nin gecikmeli değerlerine bağlı ve cari hata terimi e_t ile korelasyonsuzdur. Dolayısıyla en küçük kareler (EKK) tahmincisi tutarlı bir tahmin üretir. Otoregresif süreç durağan ise ortalaması μ ile gösterilir ve zamanla değişmez.[82]

$E(Y_t) = E(Y_{t-1}) = E(Y_{t-2}) = ... = E(Y_{t-p}) = \mu$ olur.

O halde ortalama;

$$\mu = \delta + \phi_1 \mu + \phi_2 \mu + ... + \phi_p \mu$$

$$\mu = \delta / (1 - \phi_1 - \phi_2 - ... - \phi_p) \qquad (2.25)$$

olur.[83]

[82] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 136.
[83] Tsay, a.g.e, s. 39.

2.1.4. Otoregresif Sürecin Derecesinin Belirlenmesi

Otoregresif sürecin derecesinin belirlenmesinde kısmi otokorelasyon fonksiyonu kullanılır.[84] Kısmi otokorelasyon katsayısı, diğer gecikmelerin etkisi sabit kalmak koşuluyla Y_t ile herhangi bir k gecikmesinde oluşturulan Y_{t-k} gözlemleri arasındaki korelasyon anlamına gelir. Y_t üzerinde etkili olan gecikmelerde kısmi otokorelasyon katsayısının sıfırdan farklı yani istatistiki olarak anlamlı olması gerekir. Kısmi otokorelasyon katsayıları p gecikmeye kadar anlamlı, p gecikmeden sonra anlamsız ise sürecin derecesinin p olduğu söylenir.[85]

Kısmi otokorelasyon katsayıları bir gecikme için sıfırdan farklı, diğerleri için sıfırdan farklı değilse süreç AR(1) sürecidir. Aynı şekilde kısmi otokorelasyon katsayıları iki gecikme için sıfırdan farklı, diğerleri için sıfırdan farklı değilse süreç AR(2) sürecidir.

2.2. Hareketli Ortalama Süreci (Moving Average Process-MA)

Hareketli ortalama süreci bir zaman serisinin t dönemindeki değerini, hata payının cari ve geçmiş dönem değerlerinin ağırlıklı ortalaması ile ifade eden bir süreçtir.[86]

Genel olarak MA(q) süreci;

$$Y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + ... + \theta_q e_{t-q} \tag{2.26}$$

Burada korelasyonsuz rassal hata terimi e_t ortalaması sıfır ve sabit bir varyansa sahiptir.[87]

$\theta_i (i = 1, 2, ..., q)$ bilinmeyen parametrelerdir. Denklem (2.26)' e dikkat edilirse AR(p) modelinden farklı olarak kesme parametresi δ yerine μ kullanılmıştır.

[84] Johnston ve Dinardo, a.g.e, s. 211-212.
[85] Tsay, a.g.e, s. 41.
[86] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 522.
[87] D. S. G. Pollock, **A Handbook of Time Series Analysis Signal Processing and Dynamics**, USA, Academic Press, 1999, s. 517.

2.2.1. MA(1) Sürecinin Özellikleri

En basit hareketli ortalama süreci olan MA(1) aşağıdaki gibi gösterilir;

$$Y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} \tag{2.27}$$

sürecin ortalaması,

$$E(Y_t) = \mu \tag{2.28}$$

sürecin varyansı,[88]

$$Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2$$

$$\gamma_0 = \sigma_e^2 (1 + \theta_1^2) \tag{2.29}$$

Y_t ile $Y_t - 1$ arasındaki kovaryans,

$$Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t-1} - \mu)]$$

$$Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E[(e_t + \theta_1 e_{t-1})(e_t + \theta_1 e_{t-2})] \tag{2.30}$$

$$\gamma_1 = \theta_1 \sigma_e^2$$

Y_t ile Y_{t-2} arasındaki kovaryans ise,

$$Cov(Y_t, Y_{t-2}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t-2} - \mu)]$$

$$Cov(Y_t, Y_{t-2}) = E[(e_t + \theta_1 e_{t-1})(e_{t-2} + \theta_1 e_{t-3})]$$

$$\gamma_2 = 0 \tag{2.31}$$

k sayıda gecikme dikkate alındığında,

$$Cov(Y_t, Y_{t-k}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)]$$

$$Cov(Y_t, Y_{t-k}) = E[(e_t + \theta_1 e_{t-1})(e_{t-k} + \theta_1 e_{t-k})]$$

$$\gamma_k = 0 \tag{2.32}$$

---

[88] Tsay, a.g.e, s. 51.

Dolayısıyla $k > 1$ bütün gecikmelerde MA(1) sürecinin kovaryansı γ_k ile aynı biçimde gösterilebilir. Yani $k > 1$ olduğu bütün durumlarda kovaryanslar sıfıra eşittir. Bu durumda MA(1) sürecinin yalnızca bir dönemlik bir belleğe sahip olduğu yani Y_t' nin yalnızca Y_{t-1} ve Y_{t+1} ile korelasyonlu olduğu söylenir. Diğer verilerle herhangi bir korelasyon yoktur.[89]

MA(1) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu ise gecikme $k = 1$' den sonra kesilmektedir.[90]

MA(1) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu,[91]

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \begin{cases} \dfrac{\theta_1}{1+\theta_1^2} & , \quad k = 1 \text{ için} \\ 0 & , \quad k > 1 \text{ için} \end{cases} \tag{2.33}$$

[89] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 524.
[90] Griffiths, Hill ve Judge, a.g.e, s. 655.
[91] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 524.

2.2.2. MA(2) Sürecinin Özellikleri

İkinci derece hareketli ortalama süreci MA(2) denklem (2.34) ile ifade edilir,[92]

$$Y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} \qquad (2.34)$$

sürecin ortalaması,

$$E(Y_t) = \mu \qquad (2.35)$$

sürecin varyansı,

$$Var(Y_t) = \sigma_e^2 (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)$$

$$= \gamma_0 \qquad (2.36)$$

Y_t ile Y_{t-1} arasındaki kovaryans ise,

$$Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E[(e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2})(e_{t-1} + \theta_1 e_{t-2} + \theta_2 e_{t-3})]$$

$$\gamma_1 = \theta_1 \sigma_e^2 + \theta_1 \theta_2 \sigma_e^2 = \sigma_e^2 (\theta_1 + \theta_1 \theta_2) \qquad (2.37)$$

Y_t ile Y_{t-2} arasındaki kovaryans ise,

$$Cov(Y_t, Y_{t-2}) = E[(e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2})(e_{t-2} + \theta_1 e_{t-3} + \theta_2 e_{t-4})]$$

$$\gamma_2 = \theta_2 \sigma_e^2 \qquad (2.38)$$

Y_t ile Y_{t-3} arasındaki kovaryans ise,

$$Cov(Y_t, Y_{t-3}) = E[(e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2})(e_{t-3} + \theta_1 e_{t-4} + \theta_2 e_{t-5})]$$

$$\gamma_3 = 0 \qquad (2.39)$$

O halde *k* dönem gecikmeli kovaryans,

---

[92] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 524.

$$Cov(Y_t, Y_{t-k}) = \gamma_k = 0 \qquad (2.40)$$

olur.[93]

MA(2) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu ise,

$$\rho_1 = \frac{\theta_1(1+\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \qquad (2.41)$$

$$\rho_2 = \frac{\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \qquad (2.42)$$

$$\rho_k = 0 \qquad , \ k>2 \text{ için} \qquad (2.43)$$

bulunur.[94]

2.2.3. MA(*q*) Sürecinin Özellikleri

MA(1) ve MA(2) süreçlerinde sürecin ortalaması, varyansı ve kovaryansları sonlu olduğu ve zamanla değişmediği için durağan oldukları söylenir. Durağan sonlu dereceden bir MA süreci için bu durum her zaman geçerlidir.

q. dereceden hareketli ortalama süreci,

$$Y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \ldots + \theta_q e_{t-q} \qquad (2.44)$$

olarak yazılır.[95]

Burada e_t ortalaması sıfır, sabit varyanslı ve korelasyonsuz hata terimi ve ($\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q$) parametreleri herhangi bir reel sayıdır.

[93] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 144-145.
[94] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 524.
[95] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 522.

MA(q) sürecinin ortalaması,

$$E(Y_t) = \mu \tag{2.45}$$

sürecin varyansı,

$$Var(Y_t) = \gamma_0 = E(Y_t - \mu)^2$$

$$\begin{aligned} &= E[e_t^2 + \theta_1^2 e_{t-1}^2 + \ldots + \theta_q^2 e_{t-q}^2 + 2\theta_1\theta_2 e_{t-1}e_{t-2} + \ldots] \\ &= \sigma_e^2 + \theta_1^2\sigma_e^2 + \ldots + \theta_q^2\sigma_e^2 \\ \gamma_0 &= \sigma_e^2(1 + \theta_1^2 + \ldots + \theta_q^2) \end{aligned} \tag{2.46}$$

olur.[96]

Hata terimi e_t bağımsız ve korelasyonsuz olarak varsayıldığı için bütün çapraz çarpım terimlerinin beklenen değeri sıfırdır.[97]

k =1,2,…,q için,

$$\gamma_k = E[(e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \ldots + \theta_q e_{t-q})(e_{t-k} + \theta_1 e_{t-k-1} + \theta_2 e_{t-k-2} + \ldots + \theta_q e_{t-k-q})]$$

$$= E[\theta_k e_{t-k}^2 + \theta_{k+1} e_{t-k-1}^2 + \theta_{k+2} e_{t-k-2}^2 + \ldots + \theta_q \theta_{q-k} e_{t-k-q}^2] \tag{2.47}$$

Farklı tarihlerdeki e_t ’lerin çarpımlarının beklenen değeri sıfır olduğu için eşitlikten çıkarılır ve θ_0 birim değer olarak tanımlanır. $k > q$ için, γ_k ’nın tanımından ortak tarihli e_t ’ lerin de beklenen değeri sıfır olduğu için eşitlikten çıkarılır.[98]

Bu durumda,

$$\gamma_k = \begin{cases} (\theta_k + \theta_{k+1}\theta_1 + \theta_{k+2}\theta_2 + \ldots + \theta_q\theta_{q-i})\sigma_e^2 & k = 1, 2, \ldots, q \quad \text{için} \\ 0 & k > q \quad \text{için} \end{cases} \tag{2.48}$$

[96] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 523.
[97] Griffiths, Hill ve Judge, a.g.e, s. 657.
[98] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 147.

MA(2) sürecindeki denklem (2.36), (2.37) ve (2.38)' de ifade edildiği gibi,

$$\begin{aligned}
\gamma_0 &= \sigma_e^2(1+\theta_1^2+\theta_2^2) \\
\gamma_1 &= \sigma_e^2(\theta_1+\theta_1\theta_2) \\
\gamma_2 &= \theta_2\sigma_e^2 \\
\gamma_3 &= \gamma_4 = \ldots = 0
\end{aligned} \tag{2.49}$$

$(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q)$ ' nun herhangi bir değeri için MA(q) süreci kovaryans durağan[99] olarak ifade edilir.

MA(q) süreci için otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_k \begin{cases} \dfrac{\theta_k + \theta_{k+1}\theta_1 + \theta_{k+2}\theta_2 + \ldots + \theta_q\theta_{q-k}}{1+\theta_1^2+\theta_2^2+\ldots+\theta_q^2} & \text{k =1,2,...,q} \\ 0 & \text{k} \rangle \text{q} \end{cases} \tag{2.50}$$

olur (Sevüktekin, 2010). Burada otokorelasyon fonksiyonu q gecikmeden sonra sıfırdır. Sıfırdan farklı ve çok uzun olmayan gecikmelerde hesaplanan otokorelasyonlar MA sürecinin derecesini belirlemede yardımcı olur.[100]

2.3. Karma Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci (Autoregressive Moving Average Process-ARMA)

Amprik çalışmalarda araştırmacının karşılaştığı durumlardan birisi veri üretme sürecini teşhis etmek ve sonrasında zaman serisi verilerinin gerçekleşmelerini kullanarak karşılık gelen istatistiksel modeli tanımlamaktır.

Bir model için hesaplanan otokorelasyonlar (kρ) ileri gecikmelerde sıfıra doğru bir azalma gösterir ancak kısmi otokorelasyonların hesaplanmasında çok kısa süreli gecikmelerde kesilme oluyorsa otoregresif sürecin daha baskın olduğu söylenir. Bir zaman serisi verileri için hem otokorelasyon hem de kısmi otokorelasyon fonksiyonları belirli bir gecikmede kesilmeyerek sıfıra doğru çok yavaş hareket edebilir. Bu durumda

[99] Bir süreç zayıf veya kovaryans durağan ise, Y_t ile Y_{t+k} arasındaki kovaryans gözlemlerin tarihi olan t' ye değil, gözlemlerin zaman ayırımı uzunluğu olan k' ya bağlıdır.
[100] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 527.

zaman serisi hem otoregresiflik hem de hareketli ortalama bileşenlerini aynı anda içerebilir. Başka bir ifadeyle zaman serisi modeli hem AR, hem de MA bileşenleri *p*. ve *q*. dereceden olmak üzere ARMA(*p,q*) olarak tanımlanır ve şu şekilde gösterilir;[101]

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \ldots + \phi_p Y_{t-p} + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \ldots + \theta_q e_{t-q} \tag{2.51}$$

Burada kesme terimi δ, Y_t' nin ortalaması, hata terimi e_t, $E(e_t) = 0$ ve $Var(e_t) = \sigma_e^2$ ile korelasyonsuz rassal değişkenlerdir (Süreç durağan ise ortalama μ' ye eşittir).

Denklem (2.51)' in beklenen değeri alındığında,

$$E(Y_t) = \mu = \delta + \phi_1\mu + \ldots + \phi_p\mu + +0 + \theta_1 0 + \ldots + \theta_q 0$$

$$\mu = \frac{\delta}{(1-\phi_1 - \ldots - \phi_{p)}} \tag{2.52}$$

Bu sonuç ayrıca durağanlık için gerekli koşulu da belirtir. Yani,

$$\phi_1 + \phi_2 + \ldots + \phi_p \langle 1 \tag{2.53}$$

koşulunun sağlanması gerekir.[102]

2.3.1. ARMA(1,1) Sürecinin Özellikleri

En basit karma otoregresif hareketli ortalama süreci ARMA(1,1)' dir.

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + e_t + \theta_1 e_{t-1} \tag{2.54}$$

Eğer $\delta = 0$ ise özdeş olarak seri Y_t ortalamadan sapma formunda ise sürecin varyansı,

$$\gamma_0 = Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2$$

---

[101] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 535.
[102] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 535.

$$\gamma_0 = E(\phi_1 Y_{t-1} + e_t + \theta_1 e_{t-1})^2 = \phi_1^2 \gamma_0 + 2\phi_1\theta_1 E(Y_{t-1}e_{t-1}) + \sigma_e^2 + \theta_1^2\sigma_e^2$$

Bu ifade de,

$$E(Y_{t-1}e_{t-1}) = E\{\phi_1 Y_{t-2} + e_{t-1} + \theta_1 e_{t-2})e_{t-1}]$$

$$= = E(e_{t-1}^2) = \sigma_e^2$$

ile tanımlanır. Bu ifade de e_{t-1} , Y_{t-2} veya e_{t-2} ile korelasyonlu değildir. Yukarıdaki ifade düzenlendiğinde,

$$_0(1-\phi_1^2) = \sigma_e^2(1+\theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1)$$

ve $|\phi_1|\langle 1$ ise varyans,

$$\gamma_0 = \frac{(1+\theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1}{(1-\phi_1^2)}\sigma_e^2 \tag{2.55}$$

elde edilir.[103]

Kovaryanslar ise $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_k$ sırasıyla,

$$\gamma_1 = E(Y_{t-1}Y_t) = E[Y_{t-1}(\phi_1 Y_{t-1} + e_t + \theta_1 e_{t-1})]$$

$$= \left(\frac{(1+\phi_1\theta_1)(\phi_1+\theta_1)}{1-\phi_1^2}\right)\sigma_e^2 \tag{2.56}$$

$$= \phi_1\gamma_0 + \theta_1\sigma_e^2$$

$$\gamma_2 = E(Y_{t-2}Y_t) = E[Y_{t-2}(\phi_1 Y_{t-1} + e_t + \theta_1 e_{t-1})]$$

$$= \phi_1\gamma_1 \tag{2.57}$$

ve

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} \qquad k \geq 2 \tag{2.58}$$

---

[103] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 535.

Otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{(1+\phi_1\theta_1)(\phi_1+\theta_1)}{(1+\theta_1^2+2\phi_1\theta_1)} \tag{2.59}$$

$$\rho_k = \gamma_k / \gamma_0 = \phi_1 \rho_{k-1} \qquad k \geq 2 \tag{2.60}$$

olur.[104]

ARMA(1,1) süreci AR ve MA bileşenlerinin bir kombinasyonudur. Bu nedenle otokorelasyon fonksiyonu hem AR hem de MA sürecinin özelliklerini birlikte gösterir. MA süreci bir dönemlik belleğe sahip olduğu için, bir gecikmeden sonra AR bileşeninin etkisiyle otokorelasyon fonksiyonu azalan bir davranış sergiler.

2.3.2. ARMA(p, q) Sürecinin Özellikleri

Daha yüksek dereceden süreçler için, ARMA(*p,q*) sürecinin kovaryansı,

$$Y_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\phi_1\gamma_{k-2} + \ldots + \phi_p\gamma_{k-p} \qquad k \geq q+1 \tag{2.61}$$

Otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} + \ldots + \phi_p\rho_{k-p} \qquad k \geq q+1 \tag{2.62}$$

gösterilebilir. q sürecin hareketli ortalama kısmının belleğidir. $k \geq q+1$ için otokorelasyon fonksiyonu ve kovaryansları pür otoregresif sürecin özelliklerini gösterir.[105]

2.4. Homojen Durağan Olmayan Süreç (Autoregressive Integrated Moving Average Process-ARIMA)

Seriler durağan sürece sahip olduğu varsayımından hareketle AR, MA ve ARMA süreçleri yukarıda ifade edilmiştir. Ancak gerçek hayattaki zaman serilerinin

[104] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 536.
[105] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 537.

çoğu zaman boyunca değişen belirli bir stokastik sürecin özelliklerini taşıması nedeniyle durağan değildir.[106]

Ancak bu zaman serilerini durağanlaştırmak için serinin bir veya daha fazla farkını almak suretiyle dönüştürme işlemi gerçekleştirilebilir. Böyle zaman serilerine entegre süreç adı verilir.

Genel ifadesi,

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + ... + \phi_p Y_{t-p} + \Delta^d + Y_t + e_t + \theta_q e_{t-q} \quad (2.63)$$

şeklindedir. Burada Δ^d entegrasyon işlemi anlamına gelir.[107]

$$d = 1 \text{ için } \Delta Y_t - Y_{t-1} \quad (2.64)$$

$$d = 2 \text{ için } \Delta^2 Y_t = (Y_t Y_{t-1}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \quad (2.65)$$

olur.

2.5. Box- Jenkins (BJ) Yöntemi

Box- Jenkins yaklaşımı, zaman serisi verilerinin analizinde en yaygın kullanılan yöntemlerden biridir.[108] Box-Jenkins yöntemi durağan zaman serilerinin modellemesinde kullanılır.[109] Zaman serisinin modelini kurmada ortaya çıkan problem, en uygun *p*, *d*, *q* değerlerinin seçimidir. Bir seride bu değerlerin bulunmasında Box-Jenkins yöntemi uygulanmaktadır.

Yöntem dört aşamadır.[110] Bu aşamalar aşağıdaki gibidir:

---

[106] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 538.
[107] Johnston ve Dinardo, a.g.e, s. 228.
[108] Maddala, **Introduction to Econometrics**, s. 542.
[109] Box G.P.E., Jenkins G. M., **Time Series Analysis: Forecasting and Control**, San Francisco, Holden Day, 1976. s. 19.
[110] Recep Tarı, **Ekonometri**, İstanbul, Avcı Ofset, 2005, s. 429-430.

1. Aşama: Belirlenme

Bu aşamada uygun *p*, *d*, *q* değerleri belirlenir. Bunun için serinin korelogramı çizilir. Serinin korelogramından MA(*q*), AR(*p*) veya ARMA(*p,q*) süreçlerinden hangisine uygun olduğu tespit edilir. Eğer otokorelasyon fonksiyonu herhangi *q* zirveye sahip ve ondan sonra kesintiye uğruyor ise modelin *q* mertebede MA(*q*), kısmi otokorelasyon fonksiyonu herhangi *p* zirveden sonra kesintiye uğrayıp sıfırlanıyorsa modelin bir AR(*p*) olduğu veya her iki fonksiyonda aşamalı olarak zirveye ulaşıyor ve ondan sonra aynı tarzda azalıyorsa modelin ARMA(*p,q*) olduğu söylenir.[111]

2. Aşama: Tahmin

Birinci aşamadaki değerlendirmeler ışığında belirlenen ARIMA modeli tahmin edilir.

3. Aşama: Uygunluk Testi

Bu aşamada tahmin edilen regresyonun (ARIMA modelinin) incelenen seriye uygun olup olmadığı araştırılır. Kalıntılar beyaz gürültü (temiz dizi) özelliğini gösteriyorsa yani sabit bir ortalama ve varyansa sahipse modelin uygunluğuna karar verilir. Bunun için regresyonun hata terimlerinin korelogramı incelenir.

4. Aşama: Öngörü

Tahmin edilen ARIMA modeli ile öngörü yapılmaktadır.

Durağan modeller için otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının teorik davranışı Tablo 1. de gösterilmektedir.

[111] Kutlar, a.g.e, s. 270.

Tablo 1. ACF ve PACF' nin Teorik Davranışları Model

	Otokorelasyon Fonksiyonu (ACF)	**Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu (PACF)**
AR(*p*)	Azalarak kaybolur*	*p* gecikme sonra kesilir
MA(*q*)	*q* gecikme sonra kesilir	Azalarak kaybolur
ARMA(*p*,*q*)	Azalarak kaybolur ve *q* gecikme sonra kesilir	Azalarak kaybolur ve *p* gecikme sonra kesilir

* Azalma (yaklaşık olarak) üstel (geometrik) veya bir sinüs dalgası şeklinde olabilir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

UYGULAMA

3.1. Uygulama Veri Seti Ve Kullanım Bilgisi:

Uygulamada kullanılan veriler Danone Hayat A.Ş.'nin damacana su aylık satışları (ton/ay) zaman serileri analizinde veri seti olarak 2004 yılından, 2010 yılı aralığı aylık olarak alınmıştır. Değişkenlerin açılımları aşağıda yer almaktadır;

Satış = Danone Hayat A.Ş.'nin satış rakamları (ton)

Yıllar =2004-2010 yılları arasındadır.

3.2. Uygulamanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, 2004-2010 yılı arasındaki toplam su satışları serisini kullanarak durağanlığı incelemek ve durağanlık analizi sonucunda uygun modeli tahmin etmektir.

3.3. Uygulamada Kullanılan Yöntem

Serinin durağanlık analizi; korelogram testi ve literatürde en fazla kullanılan birim kök testleri ile yapılmıştır. Seri Eviews 5.1 bilgisayar yazılım paketi yardımıyla analiz edilmiştir. EViews, Windows işletim sistemi için bir istatistik paket programı olup özellikle Ekonometrik analiz için sıkça kullanılmaktadır. Quantitative Micro Software (QMS) firması tarafından geliştirilmiştir. İlk sürüm (1.0), 1994 yılında piyasaya sürülmüş ve MicroTSP programının yerini almıştır.[112] Kullanılan veri grubu Tablo 2'de verilmiştir.

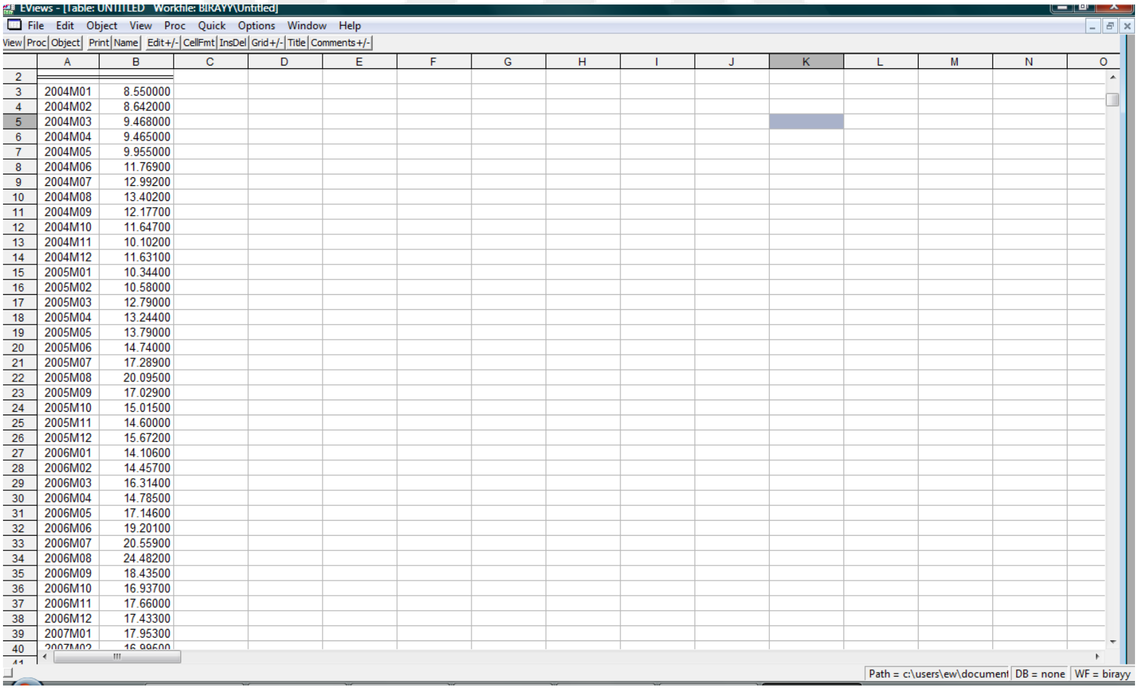
---

112 '' About IHS EViews'' http://www.eviews.com/general/about_us.html (21 Mart 2012).

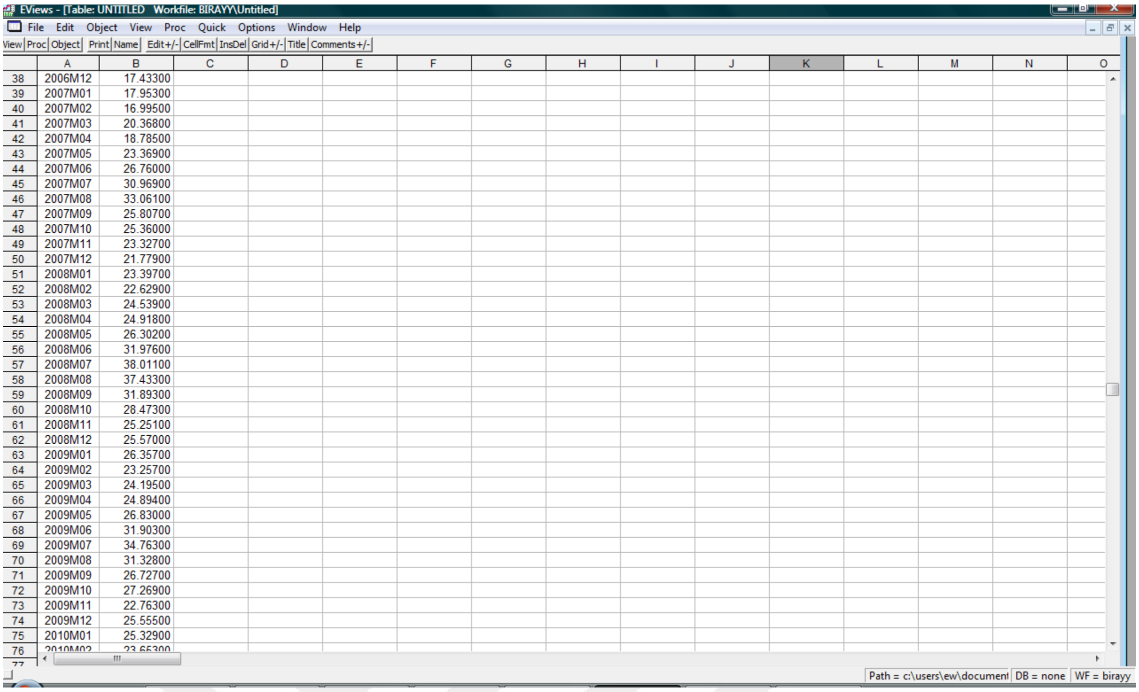
Tablo 2. Zaman Serisi Uygulama Verisi (Ton/Ay)

	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Ocak	8.550	10.344	14.106	17.953	23.397	26.357	25.329
Şubat	8.642	10.580	14.457	16.995	22.629	23.257	23.653
Mart	9.468	12.790	16.314	20.368	24.539	24.195	27.588
Nisan	9.465	13.244	14.785	18.785	24.918	24.894	26.832
Mayıs	9.955	13.790	17.146	23.369	26.302	26.830	28.546
Haziran	11.769	14.740	19.201	26.760	31.976	31.903	32.879
Temmuz	12.992	17.289	20.559	30.969	38.011	34.763	35.292
Ağustos	13.402	20.095	24.482	33.061	37.433	31.328	37.874
Eylül	12.177	17.029	18.435	25.807	31.893	26.727	29.878
Ekim	11.647	15.015	16.937	25.360	28.473	27.269	27.000
Kasım	10.102	14.600	17.660	23.327	25.251	22.763	24.294
Aralık	11.631	15.672	17.433	21.779	25.570	25.555	27.457

Zaman serisi uygulama verisinin Eviews görüntüleri, Şekil 4., Şekil 5. ve Şekil 6.'da verilmiştir.

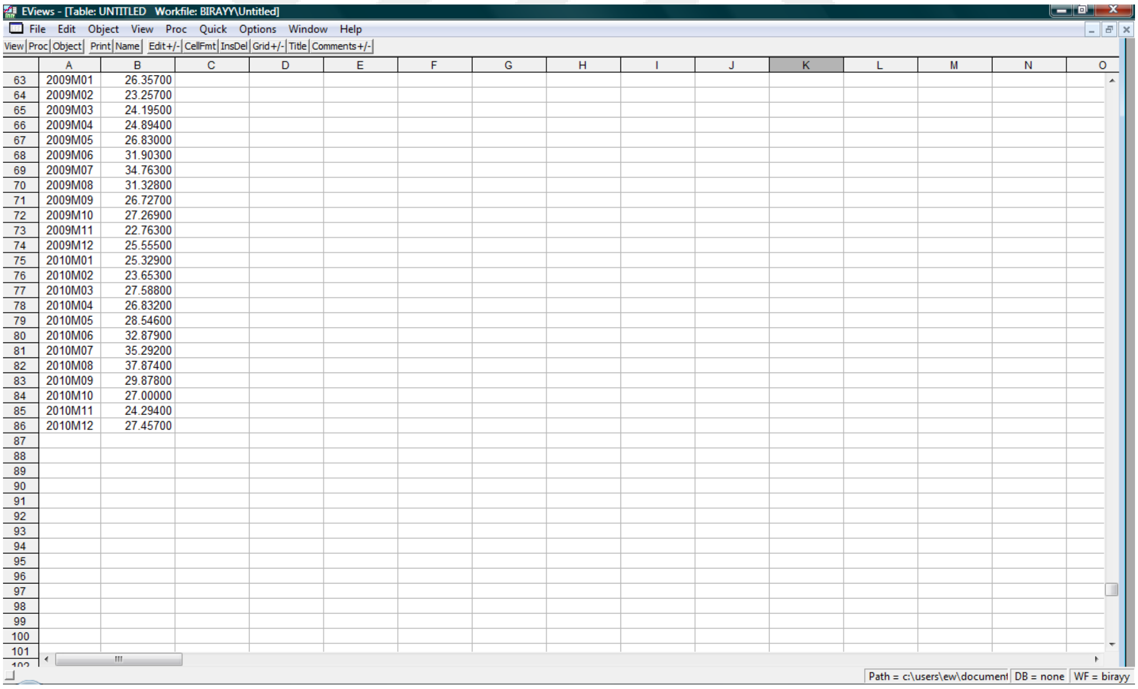


Şekil 4. Zaman Serisi Uygulama Verisinin Eviews Görünümü



	A	B
38	2006M12	17.43300
39	2007M01	17.95300
40	2007M02	16.99500
41	2007M03	20.36800
42	2007M04	18.78500
43	2007M05	23.36900
44	2007M06	26.76000
45	2007M07	30.96900
46	2007M08	33.06100
47	2007M09	25.80700
48	2007M10	25.36000
49	2007M11	23.32700
50	2007M12	21.77900
51	2008M01	23.39700
52	2008M02	22.62900
53	2008M03	24.53900
54	2008M04	24.91800
55	2008M05	26.30200
56	2008M06	31.97600
57	2008M07	38.01100
58	2008M08	37.43300
59	2008M09	31.89300
60	2008M10	28.47300
61	2008M11	25.25100
62	2008M12	25.57000
63	2009M01	26.35700
64	2009M02	23.25700
65	2009M03	24.19500
66	2009M04	24.89400
67	2009M05	26.83000
68	2009M06	31.90300
69	2009M07	34.76300
70	2009M08	31.32800
71	2009M09	26.72700
72	2009M10	27.26900
73	2009M11	22.76300
74	2009M12	25.55500
75	2010M01	25.32900
76	2010M02	23.65300

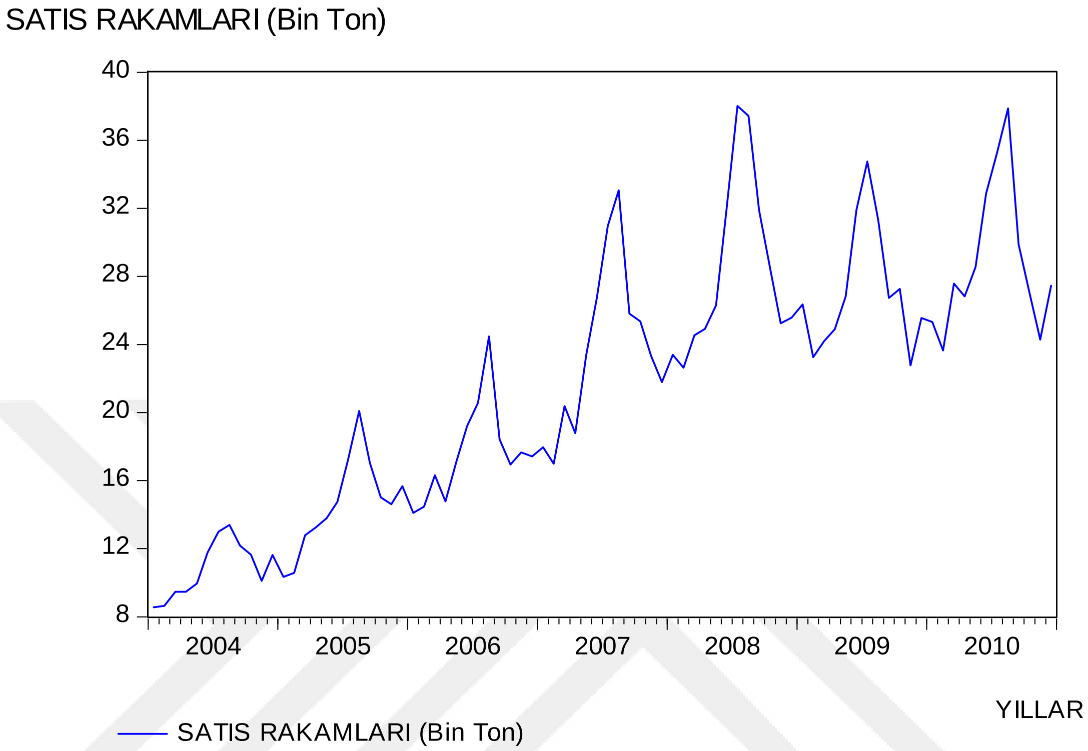
Şekil 5. Zaman Serisi Uygulama Verisinin Eviews Görünümünün Devamı



	A	B
63	2009M01	26.35700
64	2009M02	23.25700
65	2009M03	24.19500
66	2009M04	24.89400
67	2009M05	26.83000
68	2009M06	31.90300
69	2009M07	34.76300
70	2009M08	31.32800
71	2009M09	26.72700
72	2009M10	27.26900
73	2009M11	22.76300
74	2009M12	25.55500
75	2010M01	25.32900
76	2010M02	23.65300
77	2010M03	27.58800
78	2010M04	26.83200
79	2010M05	28.54600
80	2010M06	32.87900
81	2010M07	35.29200
82	2010M08	37.87400
83	2010M09	29.87800
84	2010M10	27.00000
85	2010M11	24.29400
86	2010M12	27.45700

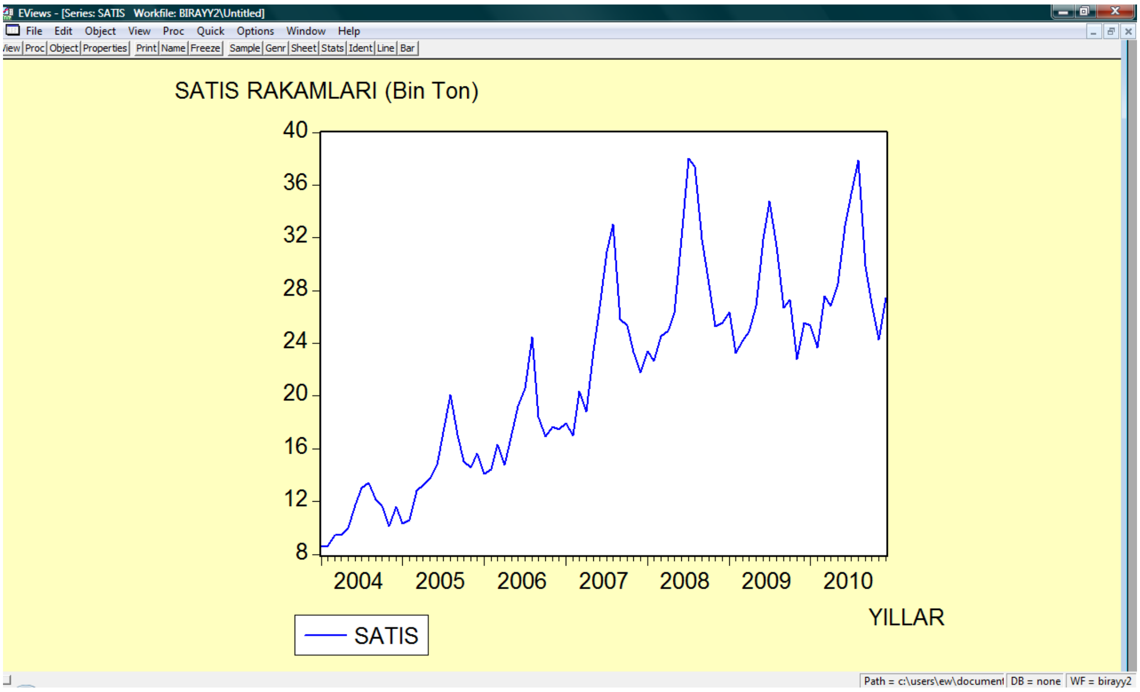
Şekil 6. Zaman Serisi Uygulama Verisinin Eviews Görünümünün Devamı

Orijinal veri için damacana satış verisinin görünümü Şekil 7.'de verilmiştir.



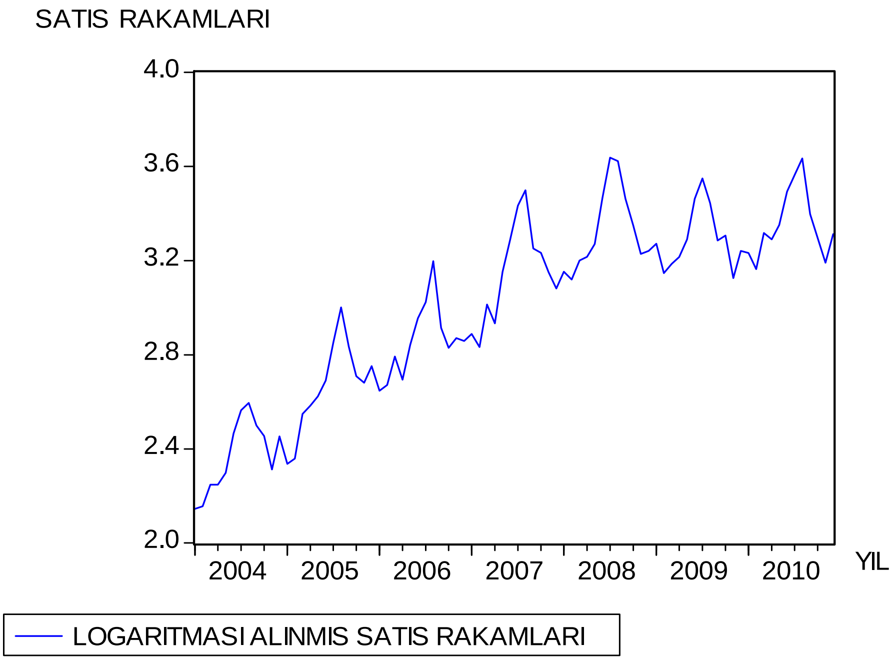
Şekil 7. Damacana Satış Serisinin Zaman Yolu Grafiği

Orijinal veri için damacana satış verisinin Eviews görünümü Şekil 8.'de verilmiştir.



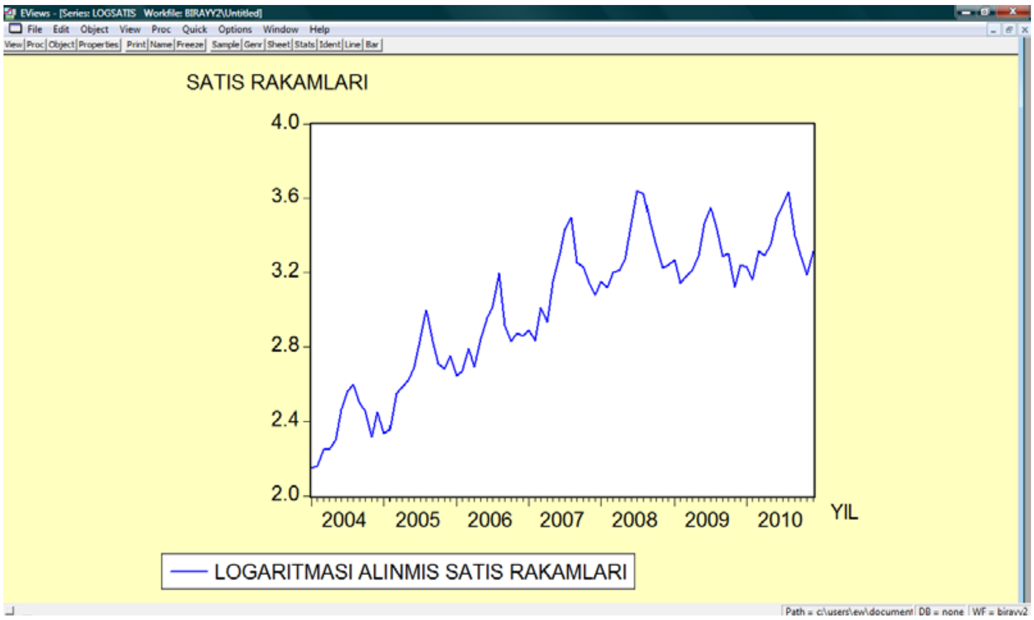
Şekil 8. Damacana Satış Serisinin Zaman Yolu Grafiğinin Eviews Görünümü

Şekil 7'den görüldüğü üzere veri grubunda doğrusal artan trend (Yukarı doğru yükseliş) gözlenmiştir. Olası değişen varyans (hata terimlerinin varyansının bütün örneklem için sabit olmaması durumu) ve otokorelasyona (hata teriminin birbirini izleyen değerleri arasında ilişki bulunması hali) karşı koruyabilmek için serinin doğal logaritması alınmış ve analize yeni logaritmik seri üzerinden devam edilmiştir. LOGSATİS olarak tanımlanan yeni serinin zamana bağlı görünümü Şekil 9'da verilmiştir.



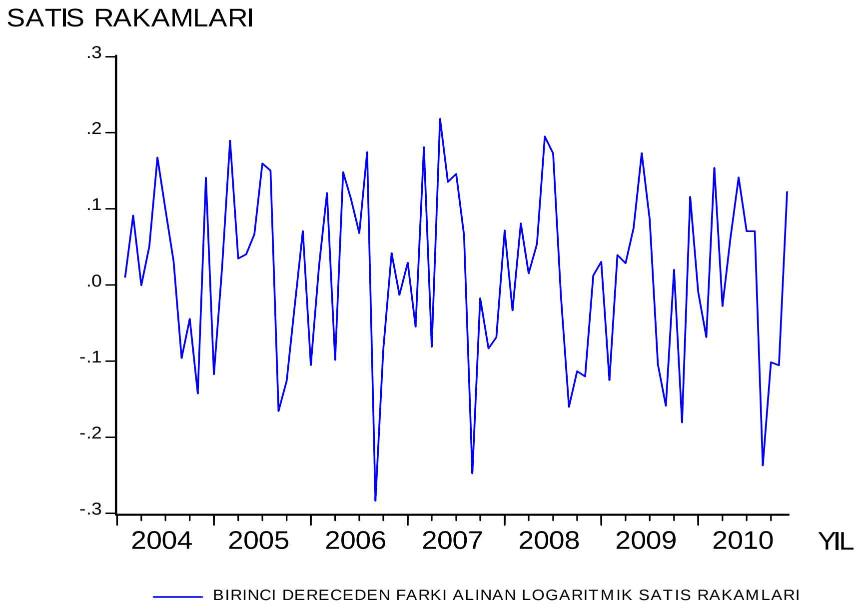
Şekil 9. Logaritması Alınan Damacana Satış Serisinin Zaman Yolu Grafiği

Doğal Logaritması Alınan Damacana Satış Serisinin Zaman Yolu Grafiğinin Eviews görünümü Şekil 10.’da verilmiştir.



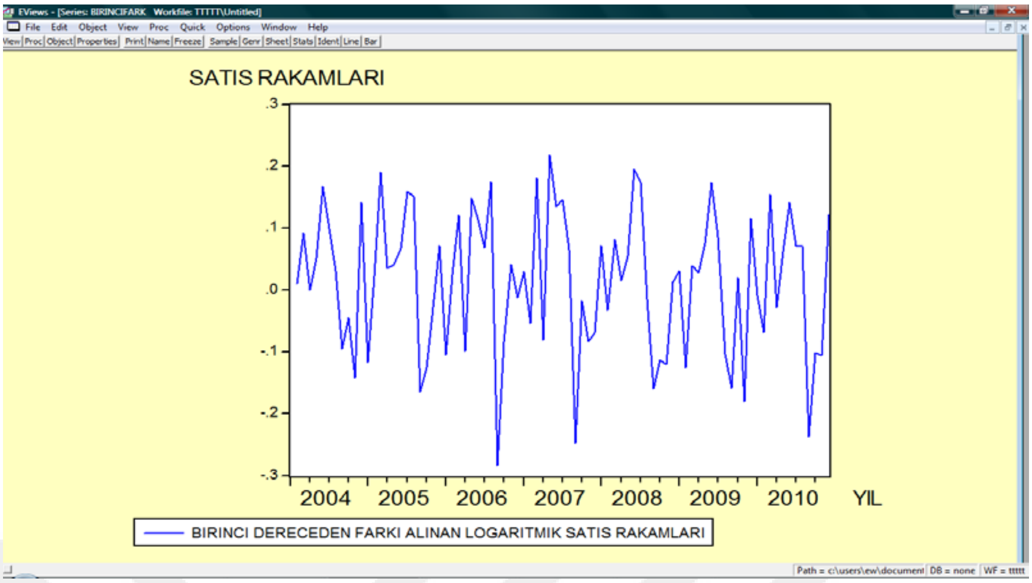
Şekil 10. Doğal Logaritması Alınan Damacana Satış Serisinin Zaman Yolu Grafiğinin Eviews Görünümü

84 gözlemden oluşan LSATİS verisinin zaman yolu grafiği incelendiğinde verilerin belli bir ortalama etrafında dağılmadığı, doğrusal artan bir trend içerdiği ve dolayısıyla durağan olmadığı gözlenmiştir.



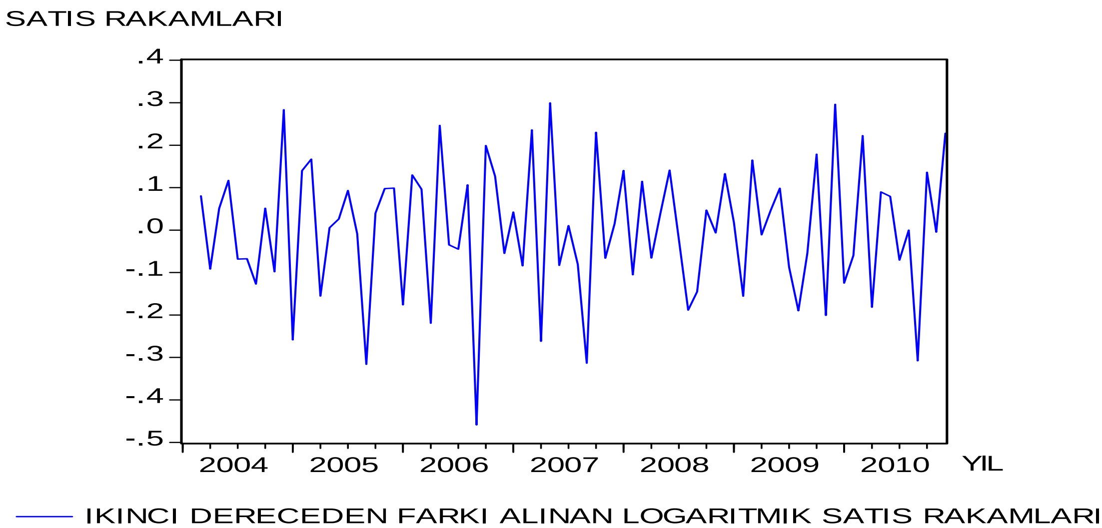
Şekil 11. Birinci Farkı Alınan LSATİS Verisinin Zaman Yolu Grafiği

Birinci Farkı Alınan LSATİS Verisinin Zaman Yolu Grafiğinin Eviews görünümü Şekil 12.'de verilmiştir.



Şekil 12. Birinci Farkı Alınan LSATİS Verisinin Zaman Yolu Grafiğinin Eviews Görünümü

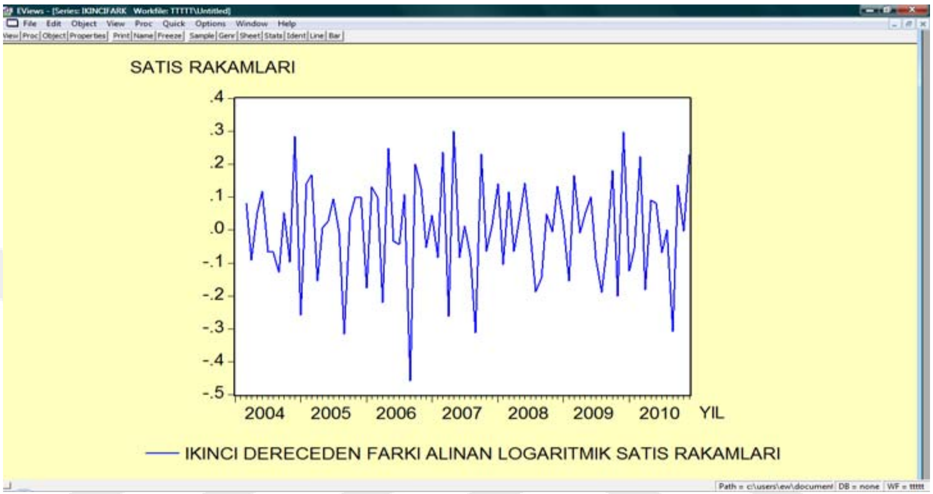
Durağan olmayan logaritmik damacana satış verisinin birinci farkı alınarak elde edilen zaman yolu grafiği Şekil 11'de verilmiştir. Birinci fark operatörü kullanılarak elde edilen serinin daha durağan hale dönüştüğü, ancak seride zayıf durağanlığın olduğu gözlenmiştir. İkinci fark alma operatörü kullanılarak durağanlık grafiksel olarak gözlenmek istenmiştir.



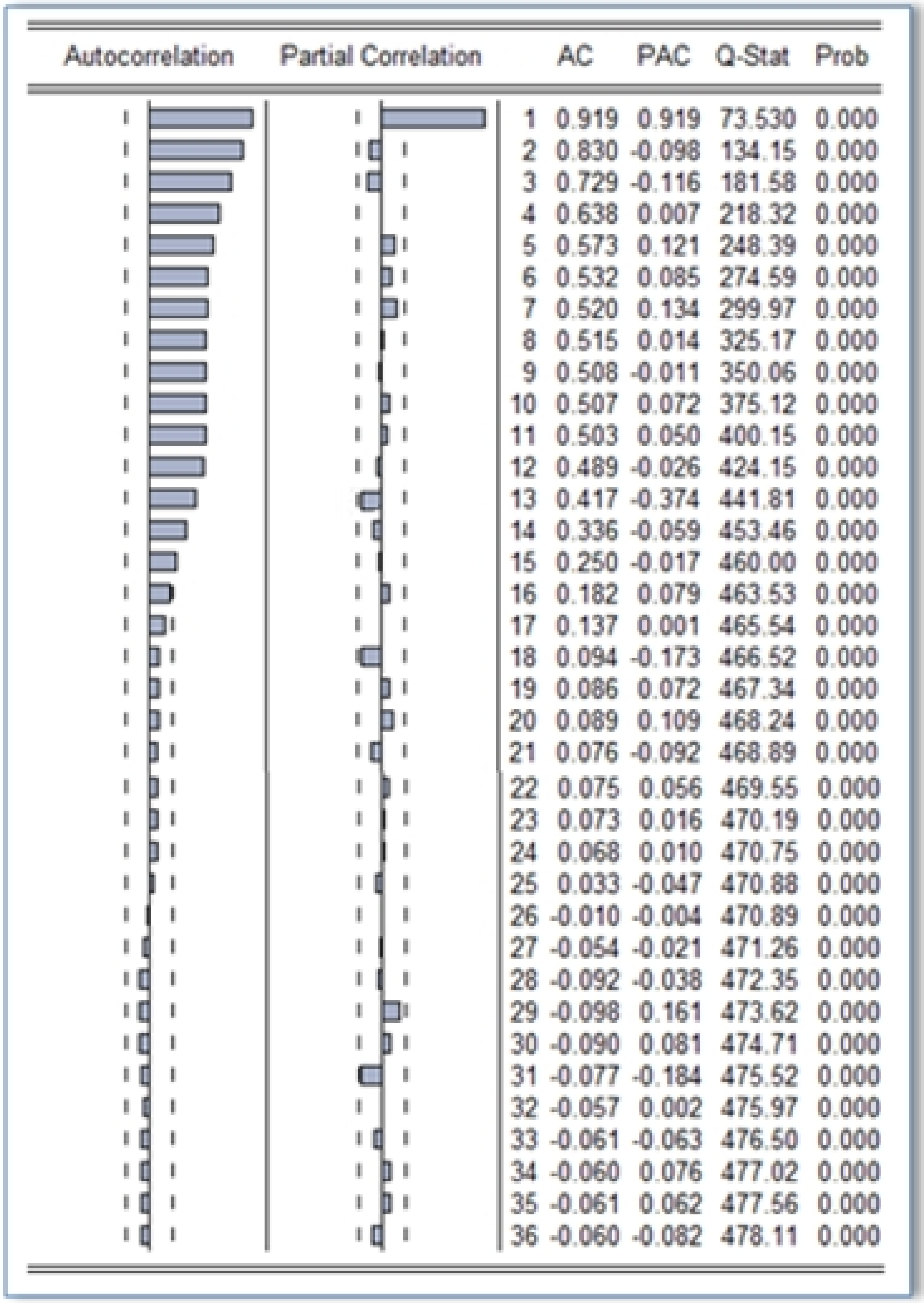
Şekil 13. İkinci Farkı Alınan LSATİS Verisinin Zaman Yolu Grafiği

İkinci farkı alınan logaritmik damacana satış verisinin zaman yolu grafiği Şekil 13'de verilmiştir. Buna göre durağanlığın ikinci farkta elde edildiği grafik üzerinden gözlemlenmiştir.

İkinci Farkı Alınan LSATİS Verisinin Zaman Yolu Grafiğinin Eviews görünümü Şekil 14.'de verilmiştir.



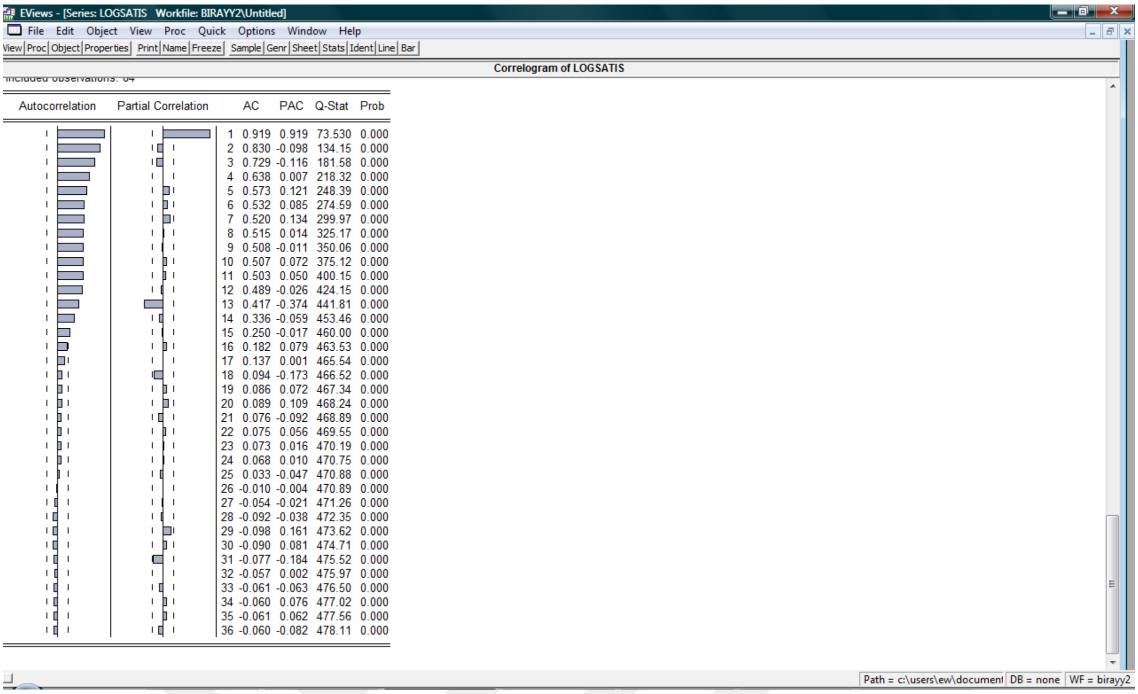
Şekil 14. İkinci Farkı Alınan LSATİS Verisinin Zaman Yolu Grafiğinin Eviews Görünümü



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.919	0.919	73.530	0.000
		2	0.830	-0.098	134.15	0.000
		3	0.729	-0.116	181.58	0.000
		4	0.638	0.007	218.32	0.000
		5	0.573	0.121	248.39	0.000
		6	0.532	0.085	274.59	0.000
		7	0.520	0.134	299.97	0.000
		8	0.515	0.014	325.17	0.000
		9	0.508	-0.011	350.06	0.000
		10	0.507	0.072	375.12	0.000
		11	0.503	0.050	400.15	0.000
		12	0.489	-0.026	424.15	0.000
		13	0.417	-0.374	441.81	0.000
		14	0.336	-0.059	453.46	0.000
		15	0.250	-0.017	460.00	0.000
		16	0.182	0.079	463.53	0.000
		17	0.137	0.001	465.54	0.000
		18	0.094	-0.173	466.52	0.000
		19	0.086	0.072	467.34	0.000
		20	0.089	0.109	468.24	0.000
		21	0.076	-0.092	468.89	0.000
		22	0.075	0.056	469.55	0.000
		23	0.073	0.016	470.19	0.000
		24	0.068	0.010	470.75	0.000
		25	0.033	-0.047	470.88	0.000
		26	-0.010	-0.004	470.89	0.000
		27	-0.054	-0.021	471.26	0.000
		28	-0.092	-0.038	472.35	0.000
		29	-0.098	0.161	473.62	0.000
		30	-0.090	0.081	474.71	0.000
		31	-0.077	-0.184	475.52	0.000
		32	-0.057	0.002	475.97	0.000
		33	-0.061	-0.063	476.50	0.000
		34	-0.060	0.076	477.02	0.000
		35	-0.061	0.062	477.56	0.000
		36	-0.060	-0.082	478.11	0.000

Şekil 15. Logaritması Alınan Damacana Satış Serisinin (LSATİS) Korelogramı

Logaritması alınan damacana satış serisinin (LSATİS) korelogramının Eviews görünümü Şekil 16.'da verilmiştir.



	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.919	0.919	73.530	0.000
2	0.830	-0.098	134.15	0.000
3	0.729	-0.116	181.58	0.000
4	0.638	0.007	218.32	0.000
5	0.573	0.121	248.39	0.000
6	0.532	0.085	274.59	0.000
7	0.520	0.134	299.97	0.000
8	0.515	0.014	325.17	0.000
9	0.508	-0.011	350.06	0.000
10	0.507	0.072	375.12	0.000
11	0.503	0.050	400.15	0.000
12	0.489	-0.026	424.15	0.000
13	0.417	-0.374	441.81	0.000
14	0.336	-0.059	453.46	0.000
15	0.250	-0.017	460.00	0.000
16	0.182	0.079	463.53	0.000
17	0.137	0.001	465.54	0.000
18	0.094	-0.173	466.52	0.000
19	0.086	0.072	467.34	0.000
20	0.089	0.109	468.24	0.000
21	0.076	-0.092	468.89	0.000
22	0.075	0.056	469.55	0.000
23	0.073	0.016	470.19	0.000
24	0.068	0.010	470.75	0.000
25	0.033	-0.047	470.88	0.000
26	-0.010	-0.004	470.89	0.000
27	-0.054	-0.021	471.26	0.000
28	-0.092	-0.038	472.35	0.000
29	-0.098	0.161	473.62	0.000
30	-0.090	0.081	474.71	0.000
31	-0.077	-0.184	475.52	0.000
32	-0.057	0.002	475.97	0.000
33	-0.061	-0.063	476.50	0.000
34	-0.060	0.076	477.02	0.000
35	-0.061	0.062	477.56	0.000
36	-0.060	-0.082	478.11	0.000

Şekil 16. Logaritması Alınan Damacana Satış Serisinin (LSATİS) Korelogramının Eviews Görünümü

Logaritmik damacana satış verisinin hatalarına ilişkin korelogram grafiği Şekil 15'de verilmiştir. Grafikte AC (otokorelasyon katsayısı); PACF (kısmi otokorelasyon katsayısı), Q istatistiği (Ljung-Box ile hesaplanan katsayı) görülmektedir. Şekil 15'deki dikey çizgiler %95 kabul bölgesini göstermektedir. Korelogramdan da açıkça görüldüğü gibi, gecikme uzunlukları için hesaplanan ACF(k) ve PACF(k)'lar güven aralığının dışına çıktığı için anlamlı bir otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon olduğu sonucuna varılmıştır. Güven aralığının dışına çıktığından dolayı serinin durağan olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Logaritmik damacana satış verilerinin korelogramı, otokorelasyon fonksiyonunun seçilen 36 gecikme sürecinde hesaplanan değerlerini AC ile gösterilen sütunda verilmiştir. Seri belirli bir ortalama etrafında dağılmadığı için otokorelasyon fonksiyonunun korelogramı yüksek bir değerden başlayıp yavaş yavaş azaldığı görülmüş ve bu da serinin durağan olmadığı fikrini vermiştir.

3.4. LSATİS Serisi İçin Birim Kök Testi

Logaritmik damacana satış verisine kendi düzeyinde birim kök testi yapılmış ve sonuçları Tablo 3.'de verilmiştir. Çalışmada t-istatistiği ile yapılan sınamalarda standart t-tablosu yerine Dickey-Fuller τ (tau) tablosu ile çalışılmıştır. Yazında tau sınaması, bu hesaplamayı yapanların isimlerine göre de Dickey-Fuller (DF) testi diye tanımlanmaktadır. Bu hesaplamaların geliştirilmesinde ise Mackinnon kritik değerleri adı verilmektedir. Eğer τ istatistiğinin mutlak değeri DF'nın ya da Mackinnon kritik değerinin mutlak değerinden büyükse, verilmiş zaman serisi durağandır. Aksi bir durumda ise serinin durağan olmadığı ifade edilir.

Tablo 3. LSATİS Verisinin Kendi Düzeyinde Birim Kök Testi Sonuçları

		τ -Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		0.830865	0.8888
Test critical values:	1% level	-2.593121	
	5% level	-1.944762	
	10% level	-1.614204	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LOGSATIS)
Method: Least Squares
Date: 03/31/12 Time: 22:29
Sample (adjusted): 2004M02 2010M12
Included observations: 83 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	τ -Statistic	Prob.
LOGSATIS(-1)	0.003474	0.004181	0.830865	0.4085

R-squared	-0.006704	Mean dependent var	0.014057
Adjusted R-squared	-0.006704	S.D. dependent var	0.114784
S.E. of regression	0.115168	Akaike info criterion	-1.472875
Sum squared resid	1.087620	Schwarz criterion	-1.443732
Log likelihood	62.12431	Durbin-Watson stat	1.809179

LSATİS verisinin kendi düzeyinde birim kök testi sonuçlarının korelogramının Eviews görünümü Şekil 17.'de verilmiştir.

EViews - [Series: LOGSATIS Workfile: TTTTT\Untitled]

File Edit Object View Proc Quick Options Window Help

View Proc Object Properties Print Name Freeze Sample Genr Sheet Stats Ident Line Bar

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on LOGSATIS

Null Hypothesis: LOGSATIS has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		0.830865	0.8888
Test critical values:	1% level	-2.593121	
	5% level	-1.944762	
	10% level	-1.614204	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LOGSATIS)
Method: Least Squares
Date: 03/31/12 Time: 22:38
Sample (adjusted): 2004M02 2010M12
Included observations: 83 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOGSATIS(-1)	0.003474	0.004181	0.830865	0.4085

R-squared	-0.006704	Mean dependent var	0.014057
Adjusted R-squared	-0.006704	S.D. dependent var	0.114784
S.E. of regression	0.115168	Akaike info criterion	-1.472875
Sum squared resid	1.087620	Schwarz criterion	-1.443732
Log likelihood	62.12431	Durbin-Watson stat	1.809179

Nothing has been selected | Path = c:\users\ew\document | DB = none | WF = ttttt

Şekil 17. LSATİS Verisinin Kendi Düzeyinde Birim Kök Testi Sonuçlarının Eviews Görünümü

Serinin durağan olup olmadığına dair hipotezler aşağıdaki gibidir;

H_0: γ = 0 (Birim kök var, durağan değil)

H_1: γ〈 0 (Birim kök yok, durağan)

Test istatistiğinin, α=0,05 için Tablo 3'deki olasılık (prob : probability) değeri 0,8888 olup, 0.8888>-1,944472 (t test istatistiği) eşitsizliğinin sonucuna göre H_o hipotezi reddedilemez. Bu durumda, %5 anlamlılık düzeyinde serinin durağan olmadığı sonucuna ulaşılır.

MacKinnon'ın verdiği τ istatistiği %1, %5, %10 (-2.593121; -1.944762; -1.614204) anlamlılık düzeyleri hesaplanan τ (0.830865) değerinden mutlak değer olarak büyük olduğu için LSATİS serisi birim kök taşıdığı yani serinin durağan olmadığı sonucu bulunmaktadır. Bu durumda serinin birinci farkı alınarak tekrar birim kök testi uygulanmıştır.

Tablo 4. LSATİS Verisinin Birinci Fark (DLSATİS) Birim Kök Testi Sonuçları

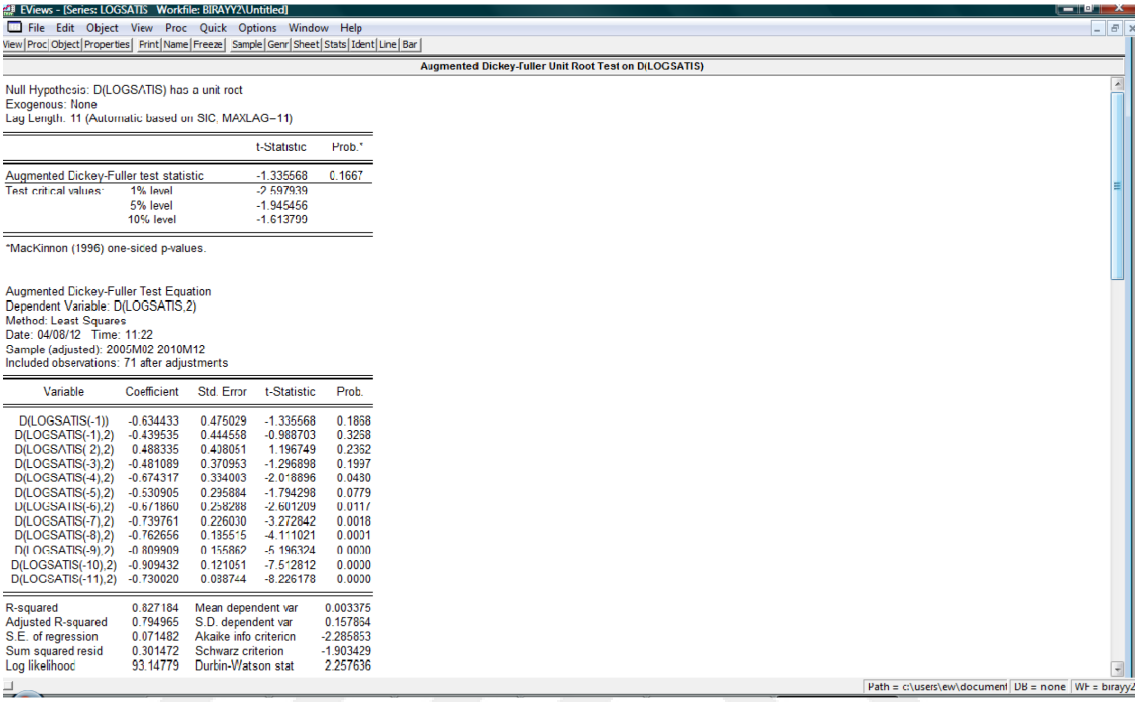
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.335568	0.1667
Test critical values:	1% level	-2.597939	
	5% level	-1.945456	
	10% level	-1.613799	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LOGSATIS(-1))	-0.634433	0.475029	-1.335568	0.1868
D(LOGSATIS(-1),2)	-0.439535	0.444558	-0.988703	0.3268
D(LOGSATIS(-2),2)	-0.488335	0.408051	-1.196749	0.2362
D(LOGSATIS(-3),2)	-0.481089	0.370953	-1.296898	0.1997
D(LOGSATIS(-4),2)	-0.674317	0.334003	-2.018896	0.0480
D(LOGSATIS(-5),2)	-0.530905	0.295884	-1.794298	0.0779
D(LOGSATIS(-6),2)	-0.671860	0.258288	-2.601209	0.0117
D(LOGSATIS(-7),2)	-0.739761	0.226030	-3.272842	0.0018
D(LOGSATIS(-8),2)	-0.762656	0.185515	-4.111021	0.0001
D(LOGSATIS(-9),2)	-0.809909	0.155862	-5.196324	0.0000
D(LOGSATIS(-10),2)	-0.909432	0.121051	-7.512812	0.0000
D(LOGSATIS(-11),2)	-0.730020	0.088744	-8.226178	0.0000

R-squared	0.827184	Mean dependent var	0.003375
Adjusted R-squared	0.794965	S.D. dependent var	0.157864
S.E. of regression	0.071482	Akaike info criterion	-2.285853
Sum squared resid	0.301472	Schwarz criterion	-1.903429
Log likelihood	93.14779	Durbin-Watson stat	2.257636

LSATİS Verisinin Birinci Fark (DLSATİS) birim kök testi sonuçlarının Eviews görünümü Şekil 18.'de verilmiştir.


EViews - [Series: LOGSATIS Workfile: BIRAYY2\Untitled]

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(LOGSATIS)

Null Hypothesis: D(LOGSATIS) has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 11 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.335568	0.1667
Test critical values:	1% level	-2.597939	
	5% level	-1.945456	
	10% level	-1.613799	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LOGSATIS,2)
Method: Least Squares
Date: 04/08/12 Time: 11:22
Sample (adjusted): 2005M02 2010M12
Included observations: 71 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LOGSATIS(-1))	-0.634433	0.475029	-1.335568	0.1868
D(LOGSATIS(-1),2)	-0.439535	0.444558	-0.988703	0.3268
D(LOGSATIS(-2),2)	0.488335	0.408051	1.196749	0.2362
D(LOGSATIS(-3),2)	-0.481089	0.370953	-1.296898	0.1997
D(LOGSATIS(-4),2)	-0.674317	0.334003	-2.018896	0.0480
D(LOGSATIS(-5),2)	-0.530905	0.295884	-1.794298	0.0779
D(LOGSATIS(-6),2)	-0.671860	0.258288	-2.601209	0.0117
D(LOGSATIS(-7),2)	-0.739761	0.226030	-3.272842	0.0018
D(LOGSATIS(-8),2)	-0.762656	0.185515	-4.111021	0.0001
D(LOGSATIS(-9),2)	-0.809909	0.155862	-5.196324	0.0000
D(LOGSATIS(-10),2)	-0.909432	0.121051	-7.512812	0.0000
D(LOGSATIS(-11),2)	-0.730020	0.088744	-8.226178	0.0000

R-squared	0.827184	Mean dependent var	0.003375
Adjusted R-squared	0.794965	S.D. dependent var	0.157864
S.E. of regression	0.071482	Akaike info criterion	-2.285853
Sum squared resid	0.301472	Schwarz criterion	-1.903429
Log likelihood	93.14779	Durbin-Watson stat	2.257636

Şekil 18. LSATİS Verisinin Birinci Fark (DLSATİS) Birim Kök Testi Sonuçlarının Eviews Görünümü

Serinin durağan olup olmadığına dair hipotezler aşağıdaki gibidir;

H_0: γ = 0 (Birim kök var, durağan değil)

H_1: γ⟨ 0 (Birim kök yok, durağan)

t test istatistiğinin Tablo 3'deki olasılık değeri 0.1667 > -1,945456 olduğundan dolayı H_o hipotezi reddedilemez. Bu durumda serinin %5 anlamlılık düzeyinde durağan olmadığı sonucuna ulaşılır.

MacKinnon'ın verdiği τ istatistiği %1, %5, %10 (-2.597939; -1.945456;-1.613799) anlamlılık düzeyleri hesaplanan τ (-1.335568) değerinden mutlak değer olarak büyük olduğu için birinci farkı alınan LSATİS (DLSATİS) serisi birim kök taşıdığı yani serinin durağan olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu durumda serinin ikinci farkı alınarak tekrar birim kök testi uygulanmıştır.

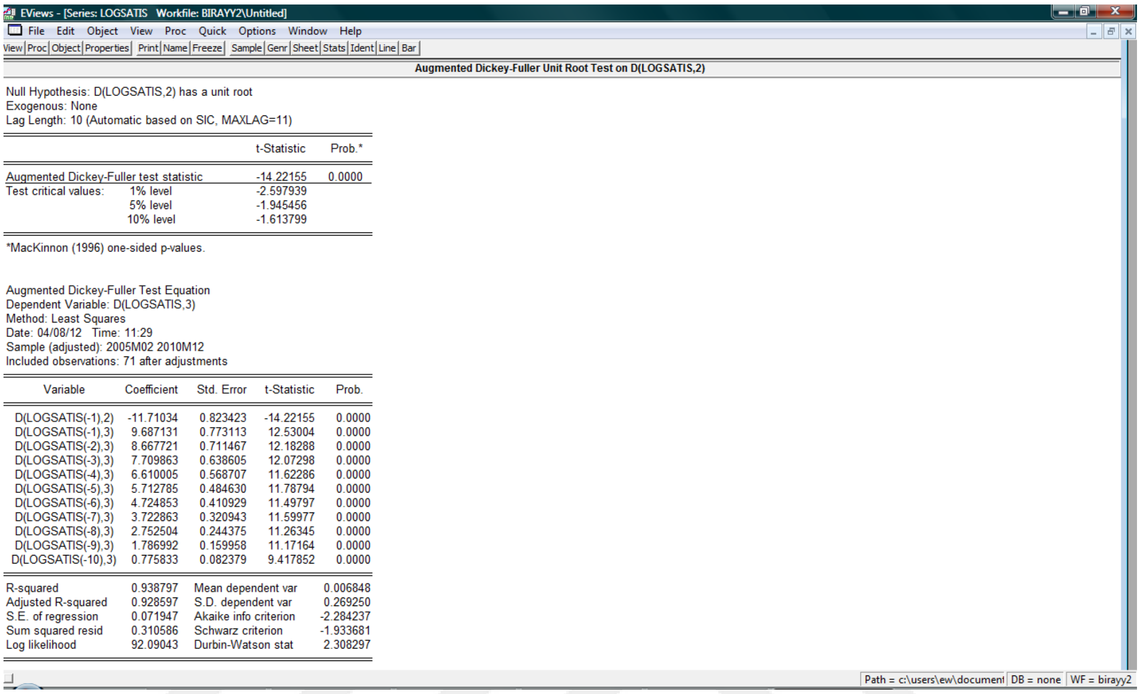
Tablo 5. DDLSATİS Verisinin Birim Kök Testi Sonuçları

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-14.22155	0.0000
Test critical values:	1% level	-2.597939	
	5% level	-1.945456	
	10% level	-1.613799	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LOGSATIS(-1),1)	-11.71034	0.823423	-14.22155	0.0000
D(LOGSATIS(-1),2)	9.687131	0.773113	12.53004	0.0000
D(LOGSATIS(-2),2)	8.667721	0.711467	12.18288	0.0000
D(LOGSATIS(-3),2)	7.709863	0.638605	12.07298	0.0000
D(LOGSATIS(-4),2)	6.610005	0.568707	11.62286	0.0000
D(LOGSATIS(-5),2)	5.712785	0.484630	11.78794	0.0000
D(LOGSATIS(-6),2)	4.724853	0.410929	11.49797	0.0000
D(LOGSATIS(-7),2)	3.722863	0.320943	11.59977	0.0000
D(LOGSATIS(-8),2)	2.752504	0.244375	11.26345	0.0000
D(LOGSATIS(-9),2)	1.786992	0.159958	11.17164	0.0000
D(LOGSATIS(-10),2)	0.775833	0.082379	9.417852	0.0000
R-squared	0.938797	Mean dependent var		0.006848
Adjusted R-squared	0.928597	S.D. dependent var		0.269250
S.E. of regression	0.071947	Akaike info criterion		-1.284237
Sum squared resid	0.310586	Schwarz criterion		-1.933681
Log likelihood	92.09043	Durbin-Watson stat		1.308297

LSATİS Verisinin İkinci Fark (DDLSATİS) birim kök testi sonuçlarının Eviews görünümü Şekil 19.'da verilmiştir.



Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(LOGSATIS,2)

Null Hypothesis: D(LOGSATIS,2) has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 10 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-14.22155	0.0000
Test critical values:	1% level	-2.597939	
	5% level	-1.945456	
	10% level	-1.613799	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LOGSATIS,3)
Method: Least Squares
Date: 04/08/12 Time: 11:29
Sample (adjusted): 2005M02 2010M12
Included observations: 71 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LOGSATIS(-1),2)	-11.71034	0.823423	-14.22155	0.0000
D(LOGSATIS(-1),3)	9.687131	0.773113	12.53004	0.0000
D(LOGSATIS(-2),3)	8.667721	0.711467	12.18288	0.0000
D(LOGSATIS(-3),3)	7.709863	0.638605	12.07298	0.0000
D(LOGSATIS(-4),3)	6.610005	0.568707	11.62286	0.0000
D(LOGSATIS(-5),3)	5.712785	0.484630	11.78794	0.0000
D(LOGSATIS(-6),3)	4.724853	0.410929	11.49797	0.0000
D(LOGSATIS(-7),3)	3.722863	0.320943	11.59977	0.0000
D(LOGSATIS(-8),3)	2.752504	0.244375	11.26345	0.0000
D(LOGSATIS(-9),3)	1.786992	0.159958	11.17164	0.0000
D(LOGSATIS(-10),3)	0.775833	0.082379	9.417852	0.0000

R-squared	0.938797	Mean dependent var	0.006848
Adjusted R-squared	0.928597	S.D. dependent var	0.269250
S.E. of regression	0.071947	Akaike info criterion	-2.284237
Sum squared resid	0.310586	Schwarz criterion	-1.933681
Log likelihood	92.09043	Durbin-Watson stat	2.308297

Şekil 19. DDLSATİS Verisinin Birim Kök Testi Sonuçlarının Eviews Görünümü

Serinin durağan olup olmadığına dair hipotezler aşağıdaki gibidir;

H_0: γ = 0 (Birim kök var, durağan değil)

H_1: γ⟨ 0 (Birim kök yok, durağan)

Tablo 3'de olasılık değeri 0.0000<0.05 olduğundan dolayı H_o hipotezi reddedilir. Bu durumda serinin %5 anlamlılık düzeyinde durağan olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

MacKinnon'ın verdiği τ istatistiği %1, %5, %10 (-2.597939; -1.945456; -1.613799) anlamlılık düzeyleri hesaplanan τ (-14.22155) değerinden mutlak değer olarak küçük olduğu için ikinci farkı alınan LSATİS (DDLSATİS) serisinin birim kök taşımadığı yani serinin ikinci farkta durağan olduğu gözlenmiştir.

3.5. İkinci Farkı Alınan LSATİS Verisi İçin Box- Jenkins Yöntemi

Aşama 1. Belirlenme:

Logaritmik damacana satış serisinin hem kendi düzeyinde hem de birinci farkında durağan olmadığı ancak ikinci farkında durağan olduğu yapılan zaman yolu grafikleri ve birim kök testlerinden gözlenmiştir. Durağan I(2) LSATİS serisinin AR ve MA durumunu araştırmak için, LSATİS serisinin Şekil 3.4 deki korelogramına bakılır. Korelogramdaki ACF grafiği, otokorelasyon değerlerinin giderek azalan bir yapıda olduğunu göstermektedir. Bu durum modelde MA' nın derecesinin sıfır olduğunu göstermiştir yani seri hareketli ortalamaya sahip değildir. Serinin PACF grafiğine bakıldığında ise birinci gecikme değerinin yüksek olduğu, kısmi otokorelasyon çubuklarında sadece k =1 için olan %95 aralığın dışında kaldığı diğer gecikmelerde ise giderek azaldığı görülmektedir. Bu durum modelin tipik bir otoregresif yapıda ve gecikmenin k =1 olduğunu gösterir. Yani AR(1) durumu söz konusudur. Logaritması alınmış damacana satış serisinin durağanlaştırılması için iki kere farkı alındığından fark derecesinin d =2 olduğu anlaşılmıştır. Böylece serinin ARIMA(1,2,0) yapısına sahip olduğuna karar verilmiştir.

Aşama 2. Tahmin:

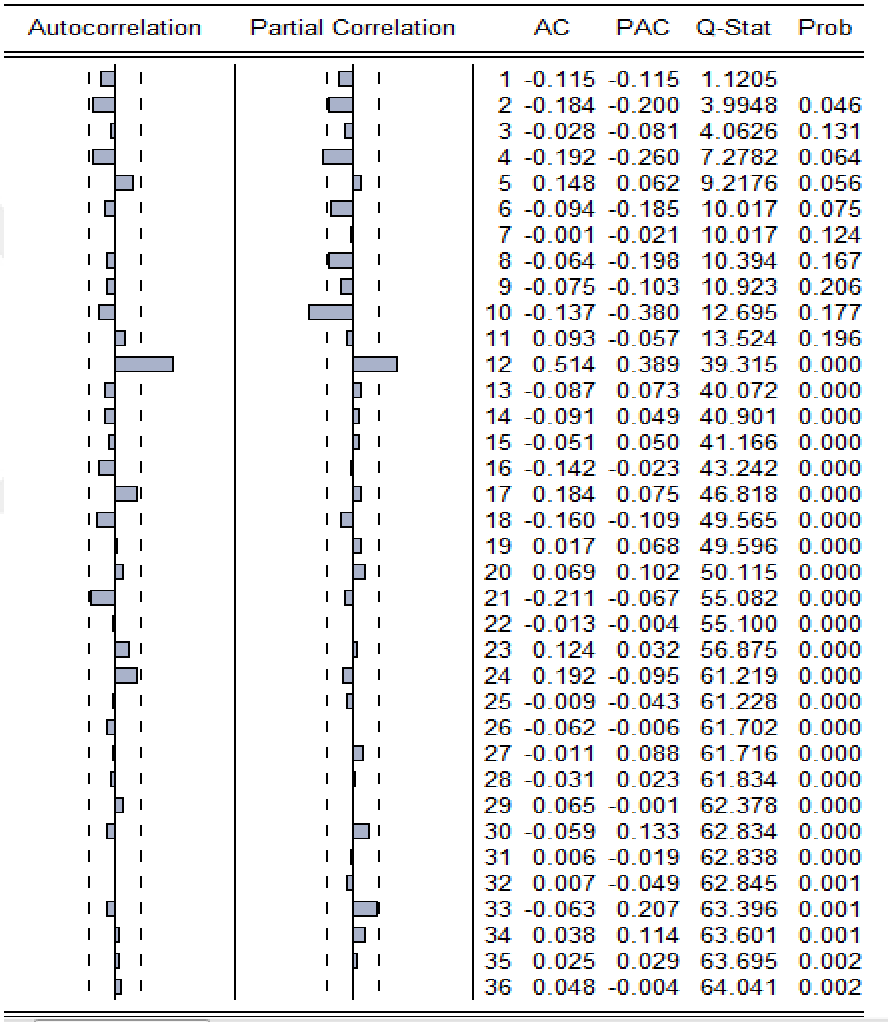
Bu aşamada öncelikle tespit edilen modelin parametre tahminleri yapılmıştır. Modelde AR ve MA' nın derecelerine karar verildikten sonra modelde kullanılan parametre değerleri hesaplanmış ve hesaplanan bu değerler modelde yerine yazılarak tahmin modeli oluşturulmuştur. Oluşturulan model,

$$\begin{aligned}\Delta\Delta LSATİS_t = & -\Delta LSATİS_{t-1}11.71 + \Delta\Delta LSATİS_{t-1}9.69 + \Delta\Delta LSATİS_{t-2}8.67 + \Delta\Delta LSATİS_{t-3}7.71 \\ & + \Delta\Delta LSATİS_{t-4}6.61 + \Delta\Delta LSATİS_{t-5}5.71 + \Delta\Delta LSATİS_{t-6}4.72 + \Delta\Delta LSATİS_{t-7}3.72 \\ & + \Delta\Delta LSATİS_{t-8}2.75 + \Delta\Delta LSATİS_{t-9}1.79 + \Delta\Delta LSATİS_{t-10}0.77\end{aligned}$$

olarak elde edilir.

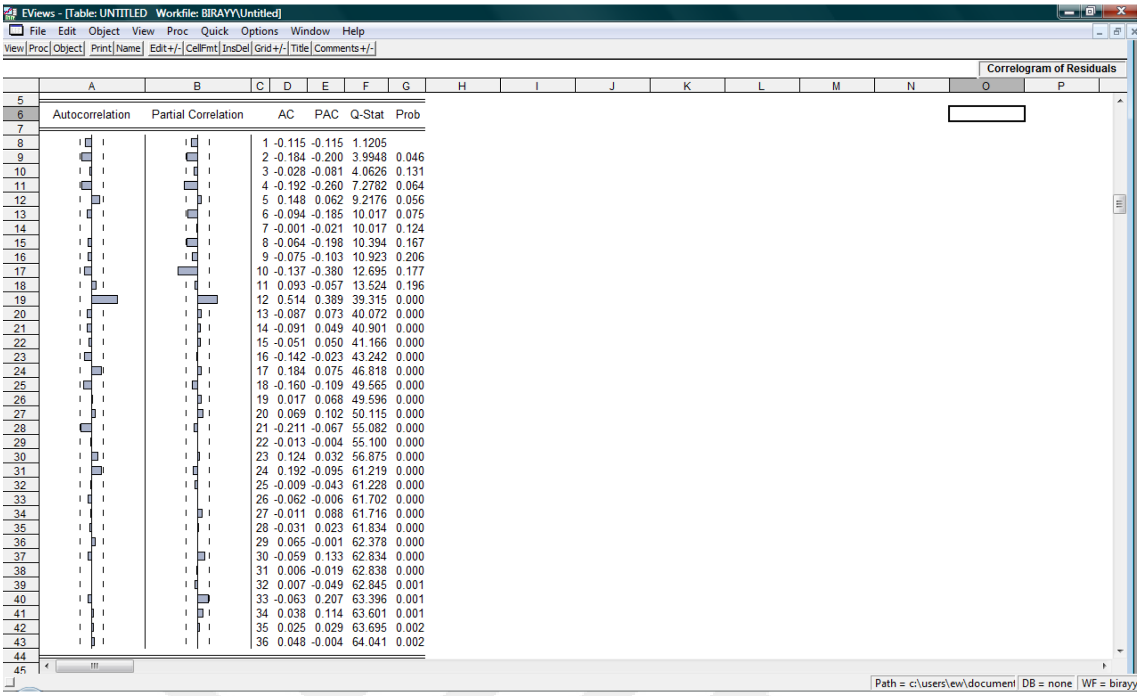
Aşama 3. Uygunluk Testi:

Tahmin modelinin oluşturulmasının ardından modelin artıklarının test edilmesi gerekir. Artıklar beyaz gürültü özelliğini gösteriyorsa (sabit bir ortalama ve varyansa sahipse) uydurulan modelin uygunluğuna karar verilir. Bunun için hata terimlerinin korelogramı incelenir. AR(1) sürecinin İlgili korelogram Şekil 20'de verilmiştir.



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.115	-0.115	1.1205	
		2	-0.184	-0.200	3.9948	0.046
		3	-0.028	-0.081	4.0626	0.131
		4	-0.192	-0.260	7.2782	0.064
		5	0.148	0.062	9.2176	0.056
		6	-0.094	-0.185	10.017	0.075
		7	-0.001	-0.021	10.017	0.124
		8	-0.064	-0.198	10.394	0.167
		9	-0.075	-0.103	10.923	0.206
		10	-0.137	-0.380	12.695	0.177
		11	0.093	-0.057	13.524	0.196
		12	0.514	0.389	39.315	0.000
		13	-0.087	0.073	40.072	0.000
		14	-0.091	0.049	40.901	0.000
		15	-0.051	0.050	41.166	0.000
		16	-0.142	-0.023	43.242	0.000
		17	0.184	0.075	46.818	0.000
		18	-0.160	-0.109	49.565	0.000
		19	0.017	0.068	49.596	0.000
		20	0.069	0.102	50.115	0.000
		21	-0.211	-0.067	55.082	0.000
		22	-0.013	-0.004	55.100	0.000
		23	0.124	0.032	56.875	0.000
		24	0.192	-0.095	61.219	0.000
		25	-0.009	-0.043	61.228	0.000
		26	-0.062	-0.006	61.702	0.000
		27	-0.011	0.088	61.716	0.000
		28	-0.031	0.023	61.834	0.000
		29	0.065	-0.001	62.378	0.000
		30	-0.059	0.133	62.834	0.000
		31	0.006	-0.019	62.838	0.000
		32	0.007	-0.049	62.845	0.001
		33	-0.063	0.207	63.396	0.001
		34	0.038	0.114	63.601	0.001
		35	0.025	0.029	63.695	0.002
		36	0.048	-0.004	64.041	0.002

Şekil 20. İkinci Farkı Alınan LSATİS Serisinin Korelogramı



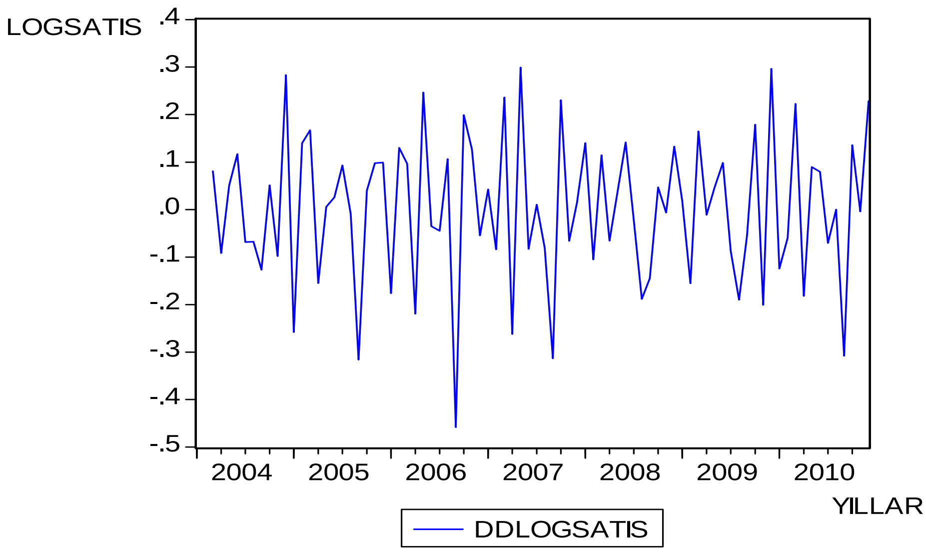
Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.115	-0.115	1.1205	
		2	-0.184	-0.200	3.9948	0.046
		3	-0.028	-0.081	4.0626	0.131
		4	-0.192	-0.260	7.2782	0.064
		5	0.148	0.062	9.2176	0.056
		6	-0.094	-0.185	10.017	0.075
		7	-0.001	-0.021	10.017	0.124
		8	-0.064	-0.198	10.394	0.167
		9	-0.075	-0.103	10.923	0.206
		10	-0.137	-0.380	12.695	0.177
		11	0.093	-0.057	13.524	0.196
		12	0.514	0.389	39.315	0.000
		13	-0.087	0.073	40.072	0.000
		14	-0.091	0.049	40.901	0.000
		15	-0.051	0.050	41.166	0.000
		16	-0.142	-0.023	43.242	0.000
		17	0.184	0.075	46.818	0.000
		18	-0.160	-0.109	49.565	0.000
		19	0.017	0.068	49.596	0.000
		20	0.069	0.102	50.115	0.000
		21	-0.211	-0.067	55.082	0.000
		22	-0.013	-0.004	55.100	0.000
		23	0.124	0.032	56.875	0.000
		24	0.192	-0.095	61.219	0.000
		25	-0.009	-0.043	61.228	0.000
		26	-0.062	-0.006	61.702	0.000
		27	-0.011	0.088	61.716	0.000
		28	-0.031	0.023	61.834	0.000
		29	0.065	-0.001	62.378	0.000
		30	-0.059	0.133	62.834	0.000
		31	0.006	-0.019	62.838	0.000
		32	0.007	-0.049	62.845	0.001
		33	-0.063	0.207	63.396	0.001
		34	0.038	0.114	63.601	0.001
		35	0.025	0.029	63.695	0.002
		36	0.048	-0.004	64.041	0.002

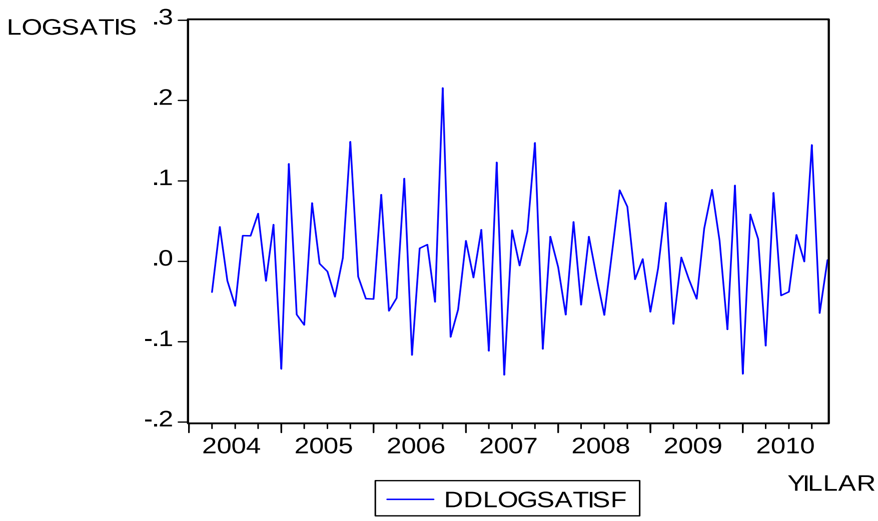
Şekil 21. İkinci Farkı Alınan LSATİS Serisinin Korelogramının Eviews görünümü

İkinci farkı alınan LSATİS serisinin korelogramı incelendiğinde istatistiki olarak anlamlı otokorelasyonların kalmadığı, seride kalıcı belleğin ortadan kalktığı ve dolayısıyla serinin durağan hale geldiği görülmüştür. Şekil 3.6'de verilen zaman yolu grafiği de ikinci fark da durağanlığın göstergesi olarak gözlenmiştir. Modelin uyum iyiliği göstergesi olan Akaike bilgi kriteri (AIC) ve Schwarz bilgi kriteri (SIC) değerleri sırasıyla -1.545089 ve -1.197265 olarak bulunmuş olup, bu değerlerin diğer modellerdekilerden daha küçük olması modelin uygun olduğunun bir işareti olarak kabul edilmiştir.

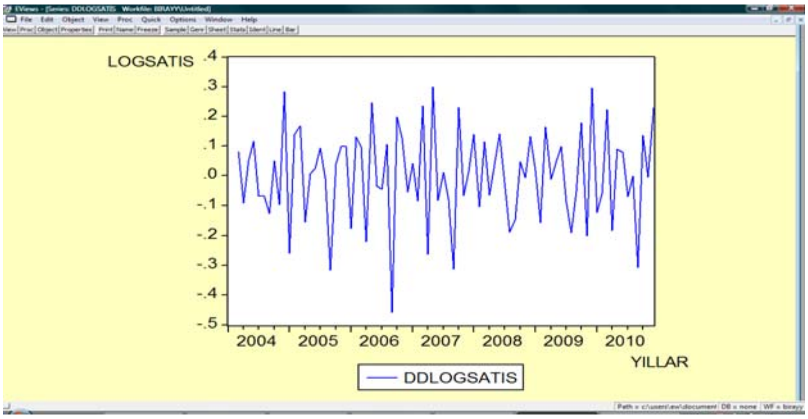
Aşama 4. Öngörü:

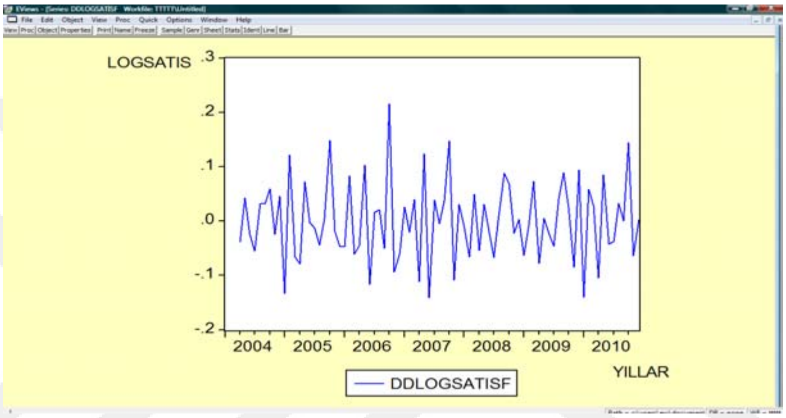
Uydurulan regresyon modeli kullanılarak gelecek yıllar için öngörü yapılabilmektedir. Modelin öngörü performansını değerlendirmek amacı ile önraporlanan seri ile gerçek serinin yan yana grafiği çizilebilir. Bu grafik Şekil 22'de verilmiştir.





Şekil 22. Öngörü Serisi (DDLSATIS_F) Grafiği ve Gerçek Seri (DDLSATIS) Grafiği





Şekil 23. Öngörü Serisi (DDLSATIS_F) Grafiği ve Gerçek Seri (DDLSATIS) Grafiğinin Eviews Görünümü

Şekil 22'den açıkça görüldüğü gibi ön raporlar gerçek serilerinde görüldüğü gibi modelin öngörü başarısı yüksektir. 2. Aşamada tahmin edilen model kullanılarak 2011 yılı için tahmin yapmak mümkündür. 2011 Ocak ayı için öngörülen değer model üzerinden yerine konulmuştur. Buradaki değerler sırasıyla birinci farkı alınan serisinin 2010 Aralık ayı, diğer modeldeki değişkenler ise ikinci farkı alınan 2010 Aralık ayı, 2010 Kasım ayı, 2010 Ekim ayı, 2010 Eylül ayı, 2010 Ağustos ayı, 2010 Temmuz ayı, 2010 Haziran ayı, 2010 Mayıs ayı, 2010 Nisan ayı, 2010 Mart ayıdır.

$$
\begin{aligned}
\Delta\Delta LSATİS_t = & -\Delta LSATİS_{t-1}11.71 + \Delta\Delta LSATİS_{t-1}9.69 + \Delta\Delta LSATİS_{t-2}8.67 + \Delta\Delta LSATİS_{t-3}7.71 \\
& + \Delta\Delta LSATİS_{t-4}6.61 + \Delta\Delta LSATİS_{t-5}5.71 + \Delta\Delta LSATİS_{t-6}4.72 + \Delta\Delta LSATİS_{t-7}3.72 \\
& + \Delta\Delta LSATİS_{t-8}2.75 + \Delta\Delta LSATİS_{t-9}1.79 + \Delta\Delta LSATİS_{t-10}0.77
\end{aligned}
$$

=(11.71*0.122)+(9.69*0.228)+(8.67*-0.004)+(7.71*0.136)+(6.61*-0.308)+(5.71*-0.0002)+(4.72*0.070)+(3.72*0.079)+(2.75*0.090)+(1.79*-0.182)+(0.77*0.222)

=1.43+2.21-0.03+1.05-2.04-0.00+0.33+0,29+0.25-0.33+0.17

=3.33

olarak bulunmuştur. Ancak verilerin doğal logaritması alındığından dolayı ters dönüşüm yapılmıştır. Yani 3.33 değerinin üstel değeri elde edilmiştir.

=exp(3.33)

=27.987

Yani 2011 yılı ocak ayı için öngörülen toplam damacana su satışı 27.987 (Ton) dir.

SONUÇ

Geleceğe ait olayların tahmin edilmesi karar verme teorisinin bir parçası haline gelmesinden itibaren pek çok işletme için tahmin çok önemli olmuştur. Hükümetler hava kirliliğini, su kirliliğini tahmin ederek bir çevre politikası, nüfus büyüklüğü, işsizlik oranı, enflasyon oranı vb tahmin ederek sosyo-ekonomik bir politika belirlemeye çalışırlar. Bir işletme ise satışlarını, maliyetleri, karını, insan kaynakları gereksinimini tahmin ederek rasyonel kararlar almayı amaçlar. Dolayısıyla ister hükümet ister işletme olsun rasyonal kararlar için geçerli ve tutarlı tahminler yapmak zorundadır.

Belirsiz olan gelecek hakkında karar vermek oldukça güçtür. Karar alma aşamasında olan her yönetici gelecekte ne olacağını bilmek ve buna göre politikalar uygulamak ister. Bu gereksinim ekonometrik modellemenin hızla gelişmesine neden olmuştur. Zaman serileri uygulaması kısmında Danone Hayat A.Ş.'nin 2004-2010 yılı ton cinsinden damacana su satış miktarları analiz edilmiştir.Uygun modelin belirlenmesi aşamasından önce sahte ~ adi regresyona sebep vermemek için durağanlık analizleri hem korelogram ve zaman yolu grafikleri hem de birim kök testleri yardımıyla incelenmiştir. Seri Eviews 5.1 programı yardımıyla analiz edilmiştir.

Doğal logaritmik damacana satış serisinin kendi düzeyinde ve birinci farkında durağan olmadığı, ikinci farkının alındığında durağanlığın sağlandığı gözlenmiştir. İkinci farkı alınan serinin durağanlığı yine zaman yolu grafiği ve kolerogram üzerinden gösterilmiştir. Durağanlık sağlandıktan sonra ikinci fark alınarak tahmin edilen model oluşturulmuştur. Zaman serisi modellemesinde kullanılan ve uygun bir öngörü yöntemi olan Box-Jenkins yaklaşımı ile Danone Hayat A.Ş. nin damacana su satışları modellenmeye çalışılmıştır. Bu yöntem, serinin bütünüyle kendi geçmiş yıllar bilgisine dayanarak tahmin yapmaya yöneliktir. Başarılı bir tahmin için yöntemin aşamaları uygulanarak verilere en uygun ARIMA veri üretme süreci bulunmuştur. Box Jenkins (BJ) yöntemi kullanılarak serinin ARIMA(1,2,0) yapısında olduğu tespit edilmiştir. Modelde AR ve MA' nın derecelerine karar verildikten sonra modelde kullanılan parametre değerleri hesaplanmış ve hesaplanan bu değerler modelde yerine yazılarak tahmin modeli oluşturulmuştur. Seriye uygun olduğu düşünülen ARIMA(1,2,0) modeli hata terimlerinin beyaz gürültü (sabit ortalama ve varyans) özelliğine sahip olup olmadığı araştırılmış ve seride kalıcı belleğin (serinin belli bir değere yaklaşmasının yani durağanlığının engellenmesi) ortadan kalktığı ve dolayısıyla serinin durağan hale geldiği görülmüştür. Modelin uygunluğu hem korelogram üzerinden hem de Akaike bilgi kriteri (AIC) ve Schwarz bilgi kriteri (SIC) değerleriyle gözlenmiştir. Bunun sonucunda modelin öngörü performansını değerlendirmek amacı ile yanyana çizilen önraporlanan seri ve gerçek seri grafiğine bakıldığında da, modelin öngörü başarısının yüksek olduğu görülmektedir. Son aşamada da, verilere uygun olarak oluşturulan zaman serisi modelinin önraporlaması yapılmıştır. Böylece, Danone Hayat A.Ş. nin, 2011 yılı Ocak ayı için toplam damacana su satışı 27.987 ton olarak öngörülmüştür. Bu da modelimizde elde edilen tahmin olup, ilk kez böyle bir sayısal sonucun ortaya çıkmasını sağlamıştır.

KAYNAKÇA

About IHS EViews, http://www.eviews.com/general/about_us.html (21 Mart 2012).

Akdi, Yılmaz. **Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon)**. Ankara: Bıçaklar Kitabevi, 2003.

Baltagi, H. Badi. **A Companion to Theoretical Econometrics**. UK: Blackwell Publishing. 2003.

Box, G. P. E. ve Jenkıns, G. M., **Time Series Analysis: Forecasting and Control.** San Francisco: Holden Day, 1976.

Chatfield, Chris. **The Analysis of Time Series: An Introduction.** Newyork: Chapman and Hall, 1995.

Cochrane, John H. **Time Series for Macroeconomics and Finance**. USA. 1997.

Creel, Michael. **Econometrics.** Barcelona: Dept. Of Economics and Economic History, Barcelona. 2005.

Delurgio, S. A. **Forecasting Principles and Applications.** Newyork: Irwing McGraw-Hill,Comp.1998.

Dickey, David A. ve Fuller, Wayne A. "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root". **Journal of the American Statistical Association**. Sayı.74, 1979, s. 427-431.

Enders, Walter. **Applied Econometrics Time Series**. Newyork: John Wiley &Sons. 2004.

Engle R. F. ve Granger, C. W. J. “Cointegration and Error Correction, Representation Estimation and Testing”. **Econometrica.** Sayı:55, 1987.

Ertek, Tümay. **Ekonometriye Giriş.** 2. Basım. İstanbul: Beta Basım Yayıncılık. 1996.

Granger, C.W.J. ve Newbold, P. “Spurious Regressions in Econometrics”. **Journal of Econometrics**. Sayı. 2, 1974, s. 111-120.

Griffiths, W.E. Hill, R. C. ve Judge, G.G. **Learning and Practicing Econometics**. Newyork: John Wiley&Sons. 1993.

Gujarati, N. Damodar. **Basic Econometrics**. Newyork: The McGraw- Hill Companies. 2004.

Hamdi, İslamoğlu Ahmet. **Pazarlama Yönetimi**. İstanbul: Beta Yayınları. 2008.

Harris, R. I. D. **Using Cointegration Analysis in Econometric Modelling**. Londra: Printice Hall. 1995.

İbicioğlu, Mustafa ve Kapusuzoğlu, Ayhan. “İmkb İle Avrupa Birliği Üyesi Akdeniz Ülkelerinin Hisse Senedi Piyasalarının Entegrasyonunun Ampirik Analizi”. **Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi.** 2011.

Johnston, Jack ve Dinardo, John. **Econometric Methods**. Newyork: McGraw-Hill International Edit. 1997.

Kutlar, Aziz. **Uygulamalı Ekonometri,** Ankara: Nobel Yayın Dağıtım. 2005.

Maddala, G. S. **Introduction to Econometrics**. Newyork: Macmillan Publishing Company. 1992.

Patterson, Kerry. **An Introduction to Applied Econometrics: A Time Series Approach.** Newyork: Great Britain, 2000.

Pındyck, R. S. ve Rubınfeld, D.L. **Singapore, Econometric Models and Economic Forecasts,** Irwin/McGraw-Hill International Edit. 1998.

Pollock, D. S. G. A **Handbook of Time Series Analysis Signal Processing and Dynamics,** USA: Academic Press, 1999.

Serper, Özer. **Uygulamalı İstatistik 2**. İstanbul: Filiz Kitabevi. 1996.

Sevüktekin, Mustafa ve Nargeleçekenler, Mehmet. **Zaman Serileri Analizi.** Ankara: Nobel Yayın Dağıtım, 2005.

Tarı, Recep. **Ekonometri.** İstanbul: Avcı Ofset, 2005.

Terzi, Harun. "Türkiye'de Enflasyon ve Ekonomik Büyüme İlişkisi (1924-2002)". **Gazi Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**. Sayı. 3, 2004, s. 59-75.

Tsay, Ruey S. **Analysis of Financial Time Series.** USA: John Wiley &Sons, 2004.

Uzgören, Nevin ve Uzgören, Ergin. **"**Zaman Serilerinde Sahte Regresyon Sorunu Ve Reel Kamu Harcamalarına Yönelik Bir Ekonometrik Model Uygulaması". **Uluslararası Hakemli Sosyal Bilimler E-Dergisi.** 2005.

Yılmaz, Özlem Göktaş. "Türkiye Ekonomisinde Büyüme İle İşsizlik Oranları Arasındaki Nedensellik İlişkisi". **İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri ve İstatistik Dergisi,** Sayı:2, 2005.